ក្រុមវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ

អាហារូបករណ៍នៅបរទេស

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

សុខ ពិសិដ្ឋ

ឃ.ទ.05

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យ ព្រះស៊ីសុវត្ថិ
បន្ទប់លេខ : ....
តុលេខ : ....
ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សពូកែថ្នាក់ជាតិ ថ្នាក់ ទុតិយភូមិ
នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន ក្នុងឆ្នាំ ២០០៦

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១៧ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៥
វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា " រយៈពេល ១ម៉ោង និង៣០នាទី "

(២០ ពិន្ទុ) I- រកកំពូលកំនុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃសមីការប៉ារ៉ាបូលខាងក្រោមនេះ :

១- $x^2+8x=4y-8$; ២- $y^2-4y+4x+4=0$

(២០ ពិន្ទុ) II- គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ខាងក្រោម :

១- $\int_0^{\pi} x\cos x\,dx$

២- $\int_1^2 \ln x\,dx$

(២០ ពិន្ទុ) III- ដោះស្រាយក្នុង R នូវសមីការ :

$$4^x-3^{x-\frac{1}{2}}=3^{x+\frac{1}{2}}-2^{2x-1}$$

(២០ ពិន្ទុ) IV- គេមាន $P(z)=4z^3+(4-8i)z^2+(10-8i)z-20i$

១- គណនា $P(2i)$

២- កំណត់ត្រីធាដឺក្រេទី ២ $Q(z)$ ដែល $P(z)=(z-2i)Q(z)$ ។ ទាញរកសំណុំឫសនៃ P ។

៣- សរសេរ $P(z)$ ជាផលគុណកត្តាដឺក្រេទីមួយ ។

(២០ ពិន្ទុ) IV- ថង់មួយមានប៊ូលស ៧ និងប៊ូលខ្មៅ ៣ ។ គេចាប់យកប៊ូល ៤ ដោយចៃដន្យ ។

១- រកប្រូបាបនៃការចាប់ប៊ូលបានពណ៌ខ្មៅបី

២- រកប្រូបាបនៃការចាប់ប៊ូលបានពណ៌ខ្មៅពីរ និងរកប្រូបាបដែលចាប់បានពណ៌ខ្មៅមួយ ព្រមទាំងរកប្រូបាបដែលចាប់បានប៊ូលគ្មានពណ៌ខ្មៅ ។

1

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible]

I. រកកំពូល កំណុំ និង សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស នៃប៉ារ៉ាបូលខាងក្រោម: (20pts)

1) $x^2+8x=4y-8$

$\Leftrightarrow x^2+2.x.4+16-16=4y-8$

$\Leftrightarrow (x+4)^2=4y+8$

$\Leftrightarrow (x+4)^2=4(y+2)$

$\Leftrightarrow [x-(-4)]^2=4[y-(-2)]$

ជាសមីការរាងស្តង់ដា:

$(x-h)^2=4p(y-k)$

ដោយផ្ទឹមគ្នា:

$4p=4 \Rightarrow p=1>0$ (2pts)

ដោយផ្ទឹមគ្នាគេបាន:

- កំពូល $(-4;-2)$ (2pts)
- កំណុំ $(-4;-1)$ (2pts)
- សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស: $y=-3$ (2pts)

2) $y^2-4y+4x+4=0$

$\Leftrightarrow y^2-4y=-4x-4$

$\Leftrightarrow y^2-2.y.2+4=-4(x+0)$

$\Leftrightarrow (y-2)^2=-4(x-0)$ (2pts)

ជាសមីការរាងស្តង់ដា:

$(y-k)^2=4p(x-h)$

ដោយផ្ទឹមគ្នា:

$4p=-4 \Rightarrow p=-1<0$ (2pts)

[illegible]

- កំពូល $(0;2)$ (2pts)
- កំណុំ $(-1;2)$ (2pts)
- សមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស: $x=1$ (2pts)

II. (20pts) គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ខាងក្រោម:

1) $\int_0^{\pi} x\cos x\,dx$

តាង $u=x \Rightarrow du=dx$ (2pts)

$dv=\cos x\,dx \Rightarrow v=\int \cos x\,dx$

$v=\sin x$ (2pts)

ដោយផ្ទឹមគ្នា:

$\int x\cos x\,dx = x\sin x-\int \sin x\,dx$

$= x\sin x+\cos x$ (2pts)

ដោយផ្ទឹមគ្នា:

$\int_0^{\pi} x\cos x\,dx=(x\sin x+\cos x)\Big|_0^{\pi}$

$=(\pi.\sin\pi+\cos\pi)-(0.\sin 0+\cos 0)$ (2pts)

$=-1-1=-2$

$\int_0^{\pi} x\cos x\,dx=-2$ (2pts)

ផ. ១. ០៥

$P(z) = az^3 + (b-2ai)z^2 + (c-2bi)z - 2ci$

$4z^3 + (4-8i)z^2 + (10-8i)z - 20i = az^3 + (b-2ai)z^2 + (c-2bi)z - 2ci$ [illegible]

$\begin{cases} a = 4 \\ b - 2ai = 4 - 8i \\ c - 2bi = 10 - 8i \\ -2c = -20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 4 \\ c = 10 \\ c = 10 \end{cases}$; a = 4 ; b = 4

[illegible] $\boxed{Q(z) = 4z^2 + 4z + 10}$

[illegible] $P(z) = (z - 2i)(4z^2 + 4z + 10)$

[illegible] P

$P(z) = 0$ [illegible] $(z-2i)(4z^2+4z+10) = 0$

$z - 2i = 0$ ឬ $4z^2 + 4z + 10 = 0$ 2pts

[illegible] $z - 2i = 0$ [illegible] $z = 2i$

[illegible] $4z^2 + 4z + 10 = 0$ [illegible] $\Delta = 4^2 - 4\cdot4\cdot10$

$\Delta = 16 - 160 = -144 < 0$

$z = \frac{-4 \pm i\sqrt{144}}{2\cdot4} = \frac{-4 \pm 12i}{8}$ 2pts

$z = \frac{4(-1 \pm 3i)}{8} = \frac{-1 \pm 3i}{2}$

[illegible] P [illegible] $\left\{2i ; \frac{-1-3i}{2} ; \frac{-1+3i}{2}\right\}$

3) [illegible] P(z) [illegible]

$Q(z) = 4\left(z - \frac{-1-3i}{2}\right)\left(z - \frac{-1+3i}{2}\right)$

$= 4\left(z + \frac{1+3i}{2}\right)\left(z + \frac{1-3i}{2}\right)$

[illegible] $\boxed{Q(z) = 4(z - 2i)\left(z + \frac{1+3i}{2}\right)\left(z + \frac{1-3i}{2}\right)}$ 1pt

IV [illegible]

[illegible] A [illegible]

[illegible] $C(10;4) =$ 2pts

[illegible] A [illegible] $C(7;1) \times C(3;3) = 7$ 2pts

[illegible] $P(A) = \frac{7}{C(10;4)} = \frac{7}{\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4!}}$

$= \frac{7 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{10 \times 9 \times 8 \times 7} = \boxed{\frac{1}{30}}$ 2pts

[illegible] 3

[illegible] B [illegible] $C(3;2) \times C(7;2)$ 2pts

$P(B) = \frac{C(3;2) \times C(7;2)}{C(10;4)}$ 2pts

$= \frac{\frac{3\times2}{2\times1} \times \frac{7\times6}{2\times1}}{\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}} = \frac{3\times2\times7\times6\times4\times3\times2}{10\times9\times8\times7}$

$\boxed{P(B) = \frac{3}{10}}$ 2pts

[illegible] C [illegible] $C(3;1) C(7;3)$ 2pts

$P(C) = \frac{C(3;1)\cdot C(7;3)}{C(10;4)}$ 2pts

$= \frac{3 \times \frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}}{\frac{10\times9\times8\times7}{4\times3\times2\times1}} = \frac{1}{2}$

[illegible] $\boxed{P(C) = \frac{1}{2}}$ 1pt

[illegible] D [illegible] $C(3;0)C(7;4) = 1 \times C(7;4)$

$P(D) = \frac{C(7;4)}{C(10;4)} = \frac{\frac{7\times6\times5\times4}{4!}}{\frac{10\times9\times8\times7}{4!}} = \frac{1}{6}$ 1pt

[illegible] $\boxed{P(D) = \frac{1}{6}}$ 1pt

[illegible] 20/06/05

[illegible]

⑨

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

2) $\int_1^2 \ln x\,dx$ ពិ.ទុ 05

តាង $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x}dx$) 2pts

$dv = dx \Rightarrow v = x$) 2pts

យើងបាន:

$\int \ln x\,dx = x\ln x - \int x\cdot\frac{1}{x}dx$

$= x\ln x - \int dx$

$= x\ln x - x$) 2pts

យើងបាន

$\int_1^2 \ln x\,dx = (x\ln x - x)\Big|_1^2$) 2pts

$= (2\cdot\ln 2 - 2) - (1\cdot\ln 1 - 1)$

$= 2\ln 2 - 2 + 1$) 2pts

យើងបាន

$\int_1^2 \ln x\,dx = 2\ln 2 - 1$

(2)

III ដោះស្រាយសមីការ: (20pts)

$4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{x+\frac{1}{2}} - 2^{2x-1}$

$4^x + 2^{2x-1} = 3^{x-\frac{1}{2}} + 3^{x+\frac{1}{2}}$

$4^x + 4^x 2^{-1} = 3^x 3^{-\frac{1}{2}} + 3^x 3^{\frac{1}{2}}$) 2pts

$4^x(1+\frac{1}{2}) = 3^x(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3})$) 2pts

$\frac{3}{2}4^x = \frac{4}{\sqrt{3}}3^x$) 2pts

$\frac{4^x}{3^x} = \frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{2}{3}$) 2pts

$(\frac{4}{3})^x = \frac{8}{3\sqrt{3}}$) 2pts

$x = \log_{4/3}(\frac{8}{3\sqrt{3}})$) 2pts

$= \log_{4/3}\frac{2^3}{\sqrt{3}^3} = \log_{4/3}(\frac{2}{\sqrt{3}})^3$) 2pts

$= 3\log_{4/3}\frac{2}{\sqrt{3}} = 3\log_{4/3}(\frac{4}{3})^{\frac{1}{2}}$) 3pts

ដូចនេះ $x = \frac{3}{2}$) 3pts

IV (20pts)

$P(z) = 4z^3 + (4-8i)z^2 + (10-8i)z - 20i$

1) គណនា $P(2i)$

$P(2i) = 4(2i)^3 + (4-8i)(2i)^2 + (10-8i)2i - 20i$

$= -32i - 16 + 32i + 20i + 16 - 20i$) 2pts

ដូចនេះ: $P(2i) = 0$) 2pts

2) កំណត់ពហុធាដឺក្រេទី២ $Q(z)$ ដែល

$P(z) = (z-2i)Q(z)$

$Q(z)$ មានរាង $Q(z) = az^2 + bz + c$

$P(z) = (z-2i)(az^2 + bz + c)$) 2pts

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ស.ប.06

មណ្ឌលប្រឡង [illegible]
បន្ទប់ប្រឡង 41
តុលេខ 974
ឈ្មោះ [illegible]

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ <u>មធ្យមសិក្សា</u>
បច្ចេកទេស នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន សំរាប់ឆ្នាំ ២០០៧
<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ៣០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ២០០៦
<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោង៣០នាទី

(២៥ពិន្ទុ) I-ក្នុងប្លង់កុំផ្លិចប្រកបដោយតំរុយអរតូនរម៉ាល់ $(o;\vec{u};\vec{v})$

គេអោយចំណុច B តាងកុំផ្លិច i និង M_1 តាងកុំផ្លិច $Z_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

១- រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_1

២- ចំណុច M_2 តាងចំនួនកុំផ្លិច $Z_2 = iZ_1$ ។ រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_2 រួចបង្ហាញថា M_2 នៅលើបន្ទាត់ $y = x$

៣-M_3 ជាចំណុចតាងចំនួនកុំផ្លិច $Z_3 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$ ។ បង្ហាញថាចំណុច M_1 និង M_3 នៅលើរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $\sqrt{2}$

(២៥ពិន្ទុ) II- 1-ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y' - 2y = 0$ (2)

2-គេអោយសមីការ $y' - 2y = xe^x$ (1)

ក-កំណត់ a និង b ដើម្បីអោយសមីការ $U(x) = (ax + b)\,e^x$ ជាចំលើយរបស់សមីការ (1)

ខ-បង្ហាញថា V ជាចំលើយរបស់ (2) លុះត្រាតែ $U + V$ ជាចំលើយរបស់ (1) រួចទាញរកចំលើយរបស់ (1)

(២៥ពិន្ទុ) III-អនុគមន៍ f(x) កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $\ln f(x) = \frac{1}{x}\ln x$ ។

1--សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f(x) ។

2- តើ 100^{99} និង 99^{100} តំលៃមួយណាធំជាង ?

(២៥ពិន្ទុ) IV-ក្នុងការសម្ភាសសិស្សថ្នាក់ទី ១២ ចំនួន ៥០០ នាក់ គេបានពត៌មានថាសិស្ស ២០០ នាក់ មានបំណងនឹងបន្តការសិក្សាផ្នែកកុំព្យូទ័រ សិស្ស ១៥០ នាក់ នឹងបន្តការសិក្សាផ្នែកសេដ្ឋកិច្ច និងសិស្ស ២៥ នាក់ មានបំណងបន្តការសិក្សាទាំងពីរផ្នែក ។

1-តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់មិនមានបំណងនឹងបន្តការសិក្សាពីរផ្នែកខាងលើ ?

2-តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់នឹងបន្តការសិក្សាតែផ្នែកសេដ្ឋកិច្ច ?

(3) 4

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ចម្លើយវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាថ្នាក់មធ្យមសិក្សា 30/6/2006

រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_1 ស.ម.06

$$Z_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i) = \frac{(\sqrt{3}-1)}{2}\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

$$Z_1 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

យើងបាន ម៉ូឌុលនៃ Z_1 ស្មើ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ អាគុយម៉ង់ស្មើ $-\frac{\pi}{4}+2k\pi, k\in$

2. រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_2

$Z_2 = iZ_1$ ហើយ i មានម៉ូឌុលស្មើ 1 អាគុយម៉ង់ $\frac{\pi}{2}+2k\pi$

នោះ Z_2 មានម៉ូឌុល $1\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

Z_2 មានអាគុយម៉ង់ $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}+2k'\pi \quad k'\in\mathbb{Z}$

បង្ហាញថា M_2 នៅលើបន្ទាត់ $y=x$

ហើយ $Z_2 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$$Z_2 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{3}-2}{4}+\frac{2\sqrt{3}-2}{4}i$$

$Z_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ នោះ $M_2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

បញ្ជាក់ថា M នៅលើបន្ទាត់ $y=x$

3. បង្ហាញថា M_1 និង M_3 នៅលើរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $\sqrt{2}$

ហើយ $Z_3 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$ នោះ $M_3\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2};\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$

ហើយ B តាងចំណុច i នោះ $B(0;1)$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

1 $\overrightarrow{BM_3}\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2};\frac{\sqrt{3}+1}{2}-1\right)$ នោះ $\overrightarrow{BM_3}\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2};\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$ 2

1 $\|\overrightarrow{BM_3}\|=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$ ស.ខ. 06

1 $Z_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1+i)$ នោះ $M_1\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

1 $\overrightarrow{BM_1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};-\frac{\sqrt{3}-1}{2}-1\right)$ នោះ $\overrightarrow{BM_1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};-\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

1 $\|\overrightarrow{BM_1}\|=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$

2 ដោយ $BM_1=BM_3=\sqrt{2}$ នោះ M_1 និង M_3 នៅលើរង្វង់ ផ្ចិត B កាំ $\sqrt{2}$

II 1. ដោះស្រាយសមីការ $y'-2y=0$ (2)

5 សមីការ $y'-2y=0$ មានចម្លើយ $y=ke^{2x}, k\in\mathbb{R}$

5 2. ក. កំណត់ a និង b

$u(x)=(ax+b)e^x \Rightarrow u'=ae^x+(ax+b)e^x$

$u'=e^x(a+ax+b)$ ហើយ u ជាចម្លើយរបស់ (1)

យើងបាន $(a+ax+b)e^x-2(ax+b)e^x=xe^x$ ចំពោះ $\forall x$

$\Leftrightarrow (a+ax+b-2ax-2b)e^x=xe^x$

$\Leftrightarrow (a-b-ax)e^x=xe^x$ ចំពោះ $\forall x$

យើងបាន $\begin{cases}a=-1\\ a-b=0\end{cases}$ នោះ $\boxed{\begin{cases}a=-1\\ b=-1\end{cases}}$ ហើយ $u(x)=(-x-1)e^x$

ខ. បង្ហាញថា v ជាចម្លើយរបស់(2) លុះត្រាតែ u+v ជាចម្លើយរបស់(1)

5 i. បើ u+v ជាចម្លើយរបស់ (1) ប/ថា v ជាចម្លើយរបស់(2)

បើ u+v ជាចម្លើយរបស់ (1) យើងបាន

$(u+v)'-2(u+v)=xe^x \Leftrightarrow u'+v'-2u-2v=xe^x$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

- តើចំនួន 99^{100} និង 100^{99} មួយណាធំជាង ?

តាមគោលការណ៍អថេរភាពយើងបាន f ចុះលើ $[e, +\infty[$

ដោយ $99 < 100 \Rightarrow f(99) > f(100)$ ដែល $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

(1) យើងបាន $99^{\frac{1}{99}} > 100^{\frac{1}{100}}$ នោះ $\left(99^{\frac{1}{99}}\right)^{9900} > \left(100^{\frac{1}{100}}\right)^{9900}$

$\Rightarrow$ $\boxed{99^{100} > 100^{99}}$ ពិ. ០. 06

IV. 1. គណនាចំនួនសិស្សដែលស្គាល់តែបន្ទាត់ទូរស័ព្ទ

(15) តាង E ជាសំណុំសិស្សទាំងអស់

A ជាសំណុំសិស្សដែលបន្ទាត់ទូរស័ព្ទ ... ដែលក្នុងសាលា

B ______ , ដែលស្គាល់តែបន្ទាត់ទូរស័ព្ទ

C

យើងបាន $n(E) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B)$

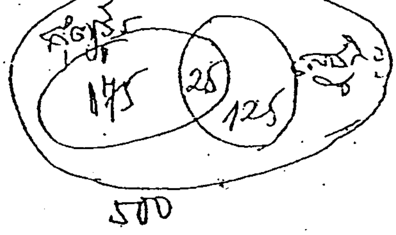
$n(C) = n(E) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$

$n(C) = 500 - 200 - 150 + 25 = \boxed{175 \text{ នាក់}}$

2) (10) ចំនួនសិស្សដែលបន្ទាត់ទូរស័ព្ទតែម្យ៉ាង

$150 - 25 = \boxed{125 \text{ នាក់}}$

* សិស្សអាចដើរលើបន្ទាត់ក្រោមនេះ



អ្នកដឹកនាំការ

[illegible]

[illegible]

[illegible]

ប្រធាន

[illegible]

[illegible]

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

រ. ប.ក.06

មណ្ឌលប្រឡង ទី [illegible]	ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់បណ្តុះបណ្តាល
បន្ទប់ប្រឡង 44	វិជ្ជាជីវៈ : ទៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន សំរាប់ឆ្នាំ ២០០៧
តុលេខ 1033	សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ៣០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៦
ឈ្មោះ [illegible]	វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា "រយៈពេល ១ ម៉ោង៣០នាទី"

(២៥ ពិន្ទុ) ១. រកលីមីតខាងក្រោម :

ក. $\lim_{x\to -1}\frac{2x^2-x-3}{x^3+2x^2+6x+5}$

ខ. $\lim_{x\to \pm\infty}(2x+1+\sqrt{x^2+x-2})$

គ. $\lim_{x\to +\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$

(២៥ ពិន្ទុ) ២. រកតំលៃ m និង n ដែលធ្វើអោយអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់លើចន្លោះ $]-\infty;+\infty[$

$$f(x)=\begin{cases} x & \text{បើ } x\le 1 \\ mx+n & \text{បើ } 1<x<4 \\ -2x & \text{បើ } x\ge 4 \end{cases}$$

(២៥ ពិន្ទុ) ៣. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

ក. $\int\frac{e^t}{e^t-1}dt$

ខ. $\int 6\cos 3x\sin^3 3x\,dx$

(២៥ ពិន្ទុ) ៤. រកកំពូល កំនុំ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល $x^2+8x=4y-8$ រួចសង់ក្រាប ។

(5)

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដ. ប.ណ. 06

អត្រាកំណែវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់បណ្ដុះបណ្ដាល

វិជ្ជាជីវៈ នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន សម្រាប់ឆ្នាំ ២០០៧

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ៣០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៦

(២៥ ពិន្ទុ) ១. រកលីមីតខាងក្រោម :

(៤ ពិន្ទុ) ក: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x^2-x-3}{x^3+2x^2+6x+5}$

$=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(2x-3)}{x^3+x^2+x^2+x+5x+5}$ (២ ពិន្ទុ)

$=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(2x-3)}{x^2(x+1)+x(x+1)+5(x+1)}$ (២ ពិន្ទុ)

$=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(2x-3)}{(x+1)(x^2+x+5)}$ (១ ពិន្ទុ)

$=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(2x-3)}{(x^2+x+5)}$ (១ ពិន្ទុ)

$=\dfrac{-2-3}{(-1)^2+(-1)+5}=\dfrac{-5}{5}=-1$ (១ ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{2x^2-x-3}{x^3+2x^2+6x+5}=-1$ (១ ពិន្ទុ)

(៩ ពិន្ទុ) ខ. $A=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(2x+1+\sqrt{x^2+x-2})$

$=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(2x+1+|x|\sqrt{1+1/x-2/x^2})$ (២ ពិន្ទុ)

ករណី $x\to+\infty$ គេបាន :

$A_1=\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+1+x\sqrt{1+1/x-2/x^2})$ (១ ពិន្ទុ)

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x(2+1/x+\sqrt{1+1/x-2/x^2})=+\infty$ (១ ពិន្ទុ)

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(2+1/x+\sqrt{1+1/x-2/x^2})=3$ (១ ពិន្ទុ)

ករណី $x\to-\infty$ គេបាន :

$A_2=\lim\limits_{x\to-\infty}(2x+1-x\sqrt{1+1/x-2/x^2})$ (១ ពិន្ទុ)

$=\lim\limits_{x\to-\infty}x(2+1/x-\sqrt{1+1/x-2/x^2})=-\infty$ (១ ពិន្ទុ)

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}(2+1/x-\sqrt{1+1/x-2/x^2})=1$ (១ ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $A=\lim\limits_{x\to\pm\infty}(2x+1+\sqrt{x^2+x-2})=\pm\infty$ (១ ពិន្ទុ)

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដ. បគ. 06

(4 ពិន្ទុ) គ. $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}-x}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}+\sqrt{x}}\right)$$ (2 ពិន្ទុ)

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{\sqrt{x}\cdot\sqrt{1+\sqrt{1/x}}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{1+\sqrt{1/x+\sqrt{1/x^3}}}+1\right)}\right)$$ (3 ពិន្ទុ)

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\sqrt{1/x}}}{\sqrt{1+\sqrt{1/x+\sqrt{1/x^3}}}+1}=\frac{1}{2}$$ (2 ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x}\right)=\frac{1}{2}$ (1 ពិន្ទុ)

(២៤ ពិន្ទុ) ២. រកតំលៃ m និង n ដែលធ្វើអោយអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់លើចន្លោះ $]-\infty;+\infty[$

$$f(x)=\begin{cases} x & \text{បើ } x\le 1\\ mx+n & \text{បើ } 1<x<4\\ -2x & \text{បើ } x\ge 4\end{cases}$$

អនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់លើចន្លោះ $]-\infty;+\infty[$ លុះត្រាតែអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់ត្រង់ 1 និង 4 (3 ពិន្ទុ)

-ករណីអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់ត្រង់ 1

$\lim_{x\to1^+}f(x)=\lim_{x\to1^-}f(x)$

$\lim_{x\to1^+}(mx+n)=\lim_{x\to1^-}x$

$m+n=1$ ...(1) (5 ពិន្ទុ)

-ករណីអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់ត្រង់ 4

$\lim_{x\to4^-}f(x)=\lim_{x\to4^+}f(x)$

$\lim_{x\to4^-}(mx+n)=\lim_{x\to4^+}(-2x)$

$4m+n=-8$ ...(2) (5 ពិន្ទុ)

យក (2) - (1) គេបាន :

$3m=-9$

$m=-3$

យក $m=-3$ ទៅជំនួសក្នុង (1) គេបាន : $n=4$ (10 ពិន្ទុ)

ដូច្នេះតំលៃ m និង n ដែលធ្វើអោយអនុគមន៍ $f(x)$ ជាប់លើចន្លោះ $]-\infty;+\infty[$

គឺ $m=-3$ និង $n=4$ (1 ពិន្ទុ)

2

៦ 7

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

(២៥ ពិន្ទុ) ៣. គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

(12 ពិន្ទុ) ក. $\int \frac{e^t}{e^t-1}dt$ (5 ពិន្ទុ)

$= \int \frac{d(e^t-1)}{e^t-1} = \ln|e^t-1| + c$ (5 ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\int \frac{e^t}{e^t-1}dt = \ln|e^t-1| + C \ ; C \in R$ (2 ពិន្ទុ)

(13 ពិន្ទុ) ខ. $\int 6\cos 3x \sin^5 3x dx$

$= 6\int \sin^5 3x \cdot \frac{1}{3} d(\cos 3x)$ (6 ពិន្ទុ)

$= 2 \cdot \frac{1}{6}\sin^6 3x + C$ (5 ពិន្ទុ)

$= \frac{1}{3}\sin^6 3x + C$ (1 ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\int 6\cos 3x \sin^5 3x dx = \frac{1}{3}\sin^6 3x + C \ ; C \in R$ (1 ពិន្ទុ)

(២៥ ពិន្ទុ) ៤. រកកំពូល កំនុំ និង បន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល $x^2 + 8x = 4y - 8$ រួចសង់ក្រាប ។

$x^2 + 8x = 4y - 8$

$x^2 + 8x + 16 - 16 = 4y - 8$

$(x+4)^2 = 4(y+2)$ (5 ពិន្ទុ)

តាមរូបមន្ត $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

គេបាន : $h = -4 \ ; k = -2 \ ; p = 1$ (5 ពិន្ទុ)

ដូចនេះប៉ារ៉ាបូលមាន កំពូល $(h\ ; k) : (-4\ ; -2)$ (3 ពិន្ទុ)

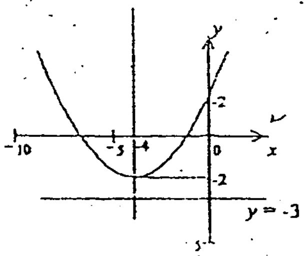
កំនុំ $(h\ ; k+p) : (-4\ ; -2+1)$ ឬ $(-4\ ; -1)$ (3 ពិន្ទុ)

បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $y = k - p = -2 - 1 = -3$ (3 ពិន្ទុ)

ក្រាបនៃប៉ារ៉ាបូល

x	-8	0	$-4 \pm 2\sqrt{2}$
y	2	2	0

(2 ពិន្ទុ)



(4 ពិន្ទុ)

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible]

មណ្ឌលប្រឡង [illegible]
បន្ទប់ប្រឡង ......27...............
តុលេខ ....633................
ឈ្មោះ [illegible]

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ ឧត្តមសិក្សា
នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន សំរាប់ឆ្នាំ ២០០៧
សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ៣០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ២០០៦
វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោង៣០នាទី

(២៥ពិន្ទុ) I-ដោះស្រាយសមីការ $4\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=3+\sqrt{3}$

បើ $0\leqslant x\leqslant \pi$

(២៥ពិន្ទុ) II-គណនា $I(m)=\int_0^1\left|x^2-2x+m\right|dx$ ទៅតាមតំលៃ m ។

(២៥ពិន្ទុ) III-គេមានអនុគមន៍ f មានអថេរ x កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{5^x}{5^{2x}-1}$

1. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាអនុគមន៍ f កំណត់លើ $\mathbb{R}$
2. បង្ហាញថាអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍សេស
3. សិក្សាទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើចន្លោះ $]0;+\infty[$ រួចទាញរកទិសដៅអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f លើចន្លោះ $]-\infty;0[$ ។
4. ដោះស្រាយសមីការ $f(x)=\frac{2}{3}$

(២៥ពិន្ទុ) IV-គេអោយសមីការ $-y''+2y'+4y=-2\cos 2x$ (E)

1. ដោះស្រាយសមីការ $-y''+2y'+4y=0$ (E')
2. កំណត់ចំនួនពិត a និង bដើម្បីអោយអនុគមន៍ g កំណត់លើ$\mathbb{R}$ ដោយ $g(x)=a\cos 2x+b\sin 2x$ ជាចំលើយរបស់សមីការ (E)

7

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ស.ទ. 07

អត្ថាធិប្បាយវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា ឆ្នាំ2007

I) ដោះស្រាយសមីការ (15pts)

$$4\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=3+\sqrt{3}$$

ដែល $0\leq x\leq\pi$

យើងមាន

$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$=\frac{1}{2}\left[\cos\left[\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right]+\cos\left[\left(x+\frac{\pi}{3}\right)-\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\right]\right]$

$=\frac{1}{2}\left[\cos\left(2x+\frac{7\pi}{12}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)\right]$ (5pts)

ម្យ៉ាងទៀត

$\cos\frac{\pi}{12}=\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{3}\cos\frac{\pi}{4}+\sin\frac{\pi}{3}\sin\frac{\pi}{4}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}$

$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ (5pts)

គេបាន $4\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

$=4\sqrt{2}\cdot\frac{1}{2}\left[\cos\left(2x+\frac{7\pi}{12}\right)+\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right]$

$=2\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{7\pi}{12}\right)+1+\sqrt{3}$ (5pts)

វិការក្លាយជា

$\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{7\pi}{12}\right)+1+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$

$\cos\left(2x+\frac{7\pi}{12}\right)=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Leftrightarrow 2x+\frac{7\pi}{12}=\pm\frac{\pi}{4}+2k\pi$ (5pts) $k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2x=-\frac{\pi}{4}-\frac{7\pi}{12}+2k\pi\\2x=\frac{\pi}{4}-\frac{7\pi}{12}+2k\pi\end{cases}$ $0\leq x\leq\pi$

$x=\frac{5\pi}{6}$, $x=\frac{7\pi}{12}$ (5pts) (ទី1)

II) គណនា $I(m)=\int_0^1|x^2-2x+m|dx$

តាមតម្លៃរបស់ m

តាង $f(x)=x^2-2x+m$

$\Delta'=1-m$ (2pts)

1) ករណី $m\geq1\Rightarrow\Delta'\leq0$, $f(x)\geq0$

$\forall x\in\mathbb{R}$

$I(m)=\int_0^1|f(x)|dx=\int_0^1(x^2-2x+m)dx$

$=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+mx\right]_0^1=m-\frac{2}{3}$ (5p)

2) ករណី $m<1$ នោះ $\Delta'>0$

គេបានតារាងសញ្ញានៃ $f(x)$

x		$1-\sqrt{1-m}$		1		$1+\sqrt{1-m}$	
$f(x)$	$+$	0	$-$			0	$+$

(2pts)

* បើ $m\leq0$

គេបាន $1-\sqrt{1-m}\leq0<1<1+\sqrt{1-m}$

ហើយ $f(0)=m\leq0$

នាំឲ្យគេបាន $f(x)\leq0$ $\forall x\in[0;1]$

ដូចនេះ $I(m)=\int_0^1-f(x)dx=\frac{2}{3}-m$ (5pts)

* បើ $0<m<1$

គេបាន $0<1-\sqrt{1-m}<1<1+\sqrt{1-m}$

នាំឲ្យគេបាន $\begin{cases}f(x)\geq0 & \forall x\in[0;1-\sqrt{1-m}]\\f(x)\leq0 & \forall x\in[1-\sqrt{1-m};1]\end{cases}$ (3pts)

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$I(m)=\int_0^{1-\sqrt{1-m}}(x^2-2x+m)dx+\int_{1-\sqrt{1-m}}^{1}(-x^2+2x-m)dx$

$=\left[\frac{x^3}{3}-x^2+mx\right]_0^{1-\sqrt{1-m}}+\left[\frac{-x^3}{3}+x^2-mx\right]_{1-\sqrt{1-m}}^{1}$ (5pts)

ដូចនេះ: $I(m)=\frac{4(1-m)\sqrt{1-m}+3m-2}{3}$ (3pts)

II.) គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x)=\frac{5^x}{5^{2x}-1}$ (25pts)

1.) បង្ហាញថា f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$ (5pts)

អនុគមន៍កំណត់លុះត្រាតែ

$5^{2x}-1\neq0$

$\Leftrightarrow 5^{2x}\neq1$

$\Leftrightarrow 5^{2x}\neq5^{\log_5 1}$

$\Leftrightarrow 2x\neq0$

$\Leftrightarrow x\neq0$

ដូចនេះ: f កំណត់លើ $\mathbb{R}^*$

2.) បង្ហាញថា f សេស (5pts)

យើងមាន

$f(x)+f(-x)=0$

$\Rightarrow \frac{5^x}{5^{2x}-1}+\frac{5^{-x}}{5^{-2x}-1}=0$

$\Rightarrow 5^x(5^{-2x}-1)+5^{-x}(5^{2x}-1)=0$

$\Rightarrow 5^{x-2x}-5^x+5^{-x+2x}-5^{-x}=0$

$\Rightarrow 5^{-x}-5^x+5^x-5^{-x}=0$

$0=0$ ពិត

ដូចនេះ: f ជាអនុគមន៍សេស

ទ. 1.05

3) សិក្សាទិសដៅអថេរភាព

$y'=\left(\frac{5^x}{5^{2x}-1}\right)'$ ចំពោះ $x>0$

$=\frac{(5^x)'(5^{2x}-1)-(5^{2x}-1)'5^x}{(5^{2x}-1)^2}$

$=\frac{(5^x\ln5)(5^{2x}-1)-(5^{2x})'5^x}{(5^{2x}-1)^2}$

$=\frac{5^x\ln5\cdot5^{2x}-5^x\ln5-2\cdot5^{2x}\ln5\cdot5^x}{(5^{2x}-1)^2}$

$=\frac{-5^x\cdot5^{2x}\ln5-5^x\ln5}{(5^{2x}-1)^2}$

$=\frac{-5^x\ln5\,(5^{2x}+1)}{(5^{2x}-1)^2}$ (5pts)

ដោយ $5^{2x}+1>0$

$(5^{2x}-1)^2>0$

$5^x>0$

$\ln5>0$ $\Rightarrow 5^x\ln5>0$

$\Rightarrow -5^x\ln5<0$

$\Rightarrow y'<0 \Rightarrow$ អនុគមន៍ f ចុះលើចន្លោះ $]0;+\infty[$

. $x<0 \Rightarrow$ អនុគមន៍ $f(x)$ ចុះ

ព្រោះ: អនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍សេស

8 9

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដោះស្រាយសមីការ (5pts)

$\frac{5^x}{5^{2x}-1}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{5^x}{5^{2x}-1}-\frac{2}{3}=0$

$\Rightarrow 3.5^x-2.5^{2x}+2=0$

$x\neq 0$

$\Rightarrow -2.5^{2x}+3.5^x+2=0$

$-2X^2+3X+2=0$

$\Delta=25 \rightarrow X=2 ; X=-\frac{1}{2}$

$X=2 \Leftrightarrow 5^x=2$

$X=5^x \Leftrightarrow x=\log_5 2$

2) 1) ដោះស្រាយសមីការ (5pts)

$-y''+2y'+4y=0$

សមីការសម្គាល់

$-r^2+2r+4=0$

$\Delta=4-4(-1)(4)$

$=20$ (5pts)

$r_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-2-\sqrt{20}}{-2}=1-\sqrt{5}$

$r_2=1+\sqrt{5}$

ចម្លើយ $y=Ae^{(1-\sqrt{5})x}+Be^{(1+\sqrt{5})x}$ (5pts)

$A;B\in\mathbb{R}$

) កំណត់ចំនួនពិត a និង b

ឧបមាថា

$g(x)=a\cos 2x+b\sin 2x$

ដេរីវេ $g'(x)=-2a\sin 2x-2b\cos 2x$

ដេរីវេ

$g''(x)=-2\cdot 2a\cos 2x+4b\sin 2x$

$=-4a\cos 2x+4b\sin 2x$

នោះ (5pts)

$-g''(x)+2g'(x)+4g(x)=-2\cos 2x$

$\Leftrightarrow -[-4a\cos 2x+4b\sin 2x]+2[-2a\sin 2x-2b\cos 2x]+4[a\cos 2x+b\sin 2x]=-2\cos 2x$

សម្រួល

$(8a-4b)\cos 2x+4a\sin 2x=-2\cos 2x$

តាមវិធីមេគុណ (5pts)

$\begin{cases}8a-4b=-2 & (1)\\ 4a=0 & (2)\end{cases}$ (2pts)

ទាញបាន $a=0$

យក $a=0$ ជំនួស (1)

$-4b=-2 \Leftrightarrow b=\frac{1}{2}$

ដូចនេះ: $a=0; b=\frac{1}{2}$ (3pts)

ធ្វើនៅភ្នំពេញ ថ្ងៃ 01/07/06

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា 3 J·07

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍

ដាក់ឲ្យក្នុងសិក្សានៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន

ក្នុងឆ្នាំ ២០០៨

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ២៧ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៧

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា "រយៈពេល ១ម៉ោងនិង៣០នាទី"

(២៥ពិន្ទុ) I- f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}$ ។ (C) ជាខ្សែកោងតាងឲ្យអនុគមន៍ f ។

១- រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f

២- គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ចុងនៃដែនកំណត់

៣- រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (C) ។

(២៥ពិន្ទុ) II- ថង់មួយមានប៊ូលខ្មៅ 5 និងស 2 ។ គេចាប់យកប៊ូលទាំង 7 ម្តងមួយៗដោយមិនដាក់ចូលវិញ ។

1- រកចំនួនរបៀបដែលអាចចាប់បាន

2- រកចំនួនរបៀបដែលប៊ូលទីមួយពណ៌ស ។

3- រកចំនួនរបៀបដែលប៊ូលទីមួយពណ៌ខ្មៅ និងប៊ូលទីពីរពណ៌ស ។

4- រកចំនួនរបៀបដែលប៊ូលពណ៌ខ្មៅទីមួយចាប់បាននៅលើដងទីបី ។

(២៥ពិន្ទុ) III- គេមានអនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $]0\,;+\infty[$ ដែល $f(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}$

1- សិក្សាអថេរភាពនៃ f

2- តាង (C) ជាក្រាបនៃអនុគមន៍ f លើតម្រុយអរតូណរមេ $(O;\vec{i},\vec{j})$ (មានឯកតា $4cm$) ។

ក) ទាញថាក្រាប (C) មានអាស៊ីមតូតឈរ និងដេក

ខ) កំណត់អាប់ស៊ីសចំនុចប្រសព្វនៃក្រាប (C) និងអ័ក្ស $x'x$

គ) B ជាចំណុចមួយនៅលើក្រាប (C) ។ បន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ B កាត់គល់ O ។ កំណត់កូអរដោនេចំនុច B ។

(២៥ពិន្ទុ) IV- 1) គណនា $I=\int_1^2\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2dx$

2) គណនា $J=\int_0^{2\pi}\sqrt{1+\sin x}\,dx$

****

www.pisethsok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible] 2008 [illegible]

I) $f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}$; [illegible] f ។

1) [illegible] f

[illegible] $4x^2+x+1$ [illegible] $\Delta = 1^2-4\times4<0$

$4x^2+x+1>0 ; \forall x\in\mathbb{R}$ / 1pt

[illegible] f [illegible] $\boxed{D =]-\infty;+\infty[}$

2) [illegible] $f(x)$ [illegible] 1pt

[illegible]

$f(x)=\sqrt{4x^2+x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right] = \boxed{+\infty}$ 1pt

[illegible] $\lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = 2$ 1pt

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[-x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}\right] = \boxed{+\infty}$ 1pt

[illegible] $\lim\limits_{x\to-\infty} (-x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = 2$ 1pt

3) [illegible] (C)

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}}{x}$ / 2pts

$= \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{\pm x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x}$ 1pt

$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} = -2$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = 2$ 2pts

$\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+2x] = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+x+1}+2x\right)$ 2pt

$= \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4x^2+x+1-4x^2}{\sqrt{4x^2+x+1}-2x}$ 1pt

$= \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{-x\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2x}$ 1pt

$= \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}-2\right)}$ 1pt

$= -\frac{1}{4}\in\mathbb{R}$ 1pt

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-2x] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+x+1}-2x\right)$ 2pts

$= \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{x\left(\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+2\right)}$ 1pt

$= \frac{1}{4}\in\mathbb{R}$ 1pt

[illegible] (C) [illegible]

[illegible] $-\infty$ [illegible] $y=-2x-\frac{1}{4}$ 2pts

[illegible] $+\infty$ [illegible] $y=2x+\frac{1}{4}$ 2pts

II) 1) [illegible]

[illegible] 7 [illegible]

6 [illegible]

- - - - -

1 [illegible] 2pts

[illegible]

$7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = \boxed{7! = 5040}$

2) [illegible]

[illegible] 2 [illegible]

[illegible] 2 [illegible]

[illegible]

5 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី3
1 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី4 } 3pts

ដូច្នេះ ចំនួនរបៀបរៀបមុខទី1 ពាក់កណ្ដាលគឺ
$2\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = \boxed{2\times6! = 1440}$ 4pts

3) ការចំនួនរបៀបនៃមុខទី1 ពាក់កណ្ដាល និងមុខទី2 ពាក់កណ្ដាល (4pts)

គេមាន: 5 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី1 ពាក់កណ្ដាល
2 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី2 ពាក់កណ្ដាល
5 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី3
1 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី4 3pts

ដូច្នេះ ចំនួនរបៀបនៃមុខទី1 ពាក់កណ្ដាល និងមុខទី2 ពាក់កណ្ដាលគឺ $5\times2\times5\times4\times3\times2\times1 =$
$\boxed{10\times5! = 1200}$ 4pts

4) ការចំនួនរបៀបនៃមុខពាក់កណ្ដាលទី1 ចាប់ផ្ដើមក្រោយទី3 (7pts)

គេមាន: 2 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី1 ពាក់កណ្ដាល
1 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី2 ពាក់កណ្ដាល
5 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី3 ពាក់កណ្ដាល
1 របៀបចាប់ផ្ដើមមុខទី4 3pts

ដូច្នេះ ចំនួនរបៀបនៃមុខពាក់កណ្ដាលទី1 ចាប់ផ្ដើមក្រោយទី3 គឺ
$2\times1\times5\times4\times3\times2\times1 = \boxed{2\times5! = 240}$ 4pts

III (25pts)

$f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$

1) (10pts) (6) សិក្សាអថេរភាព

$f'(x) = \dfrac{\left(0+\frac{1}{x}\right)x - (1+\ln x)}{x^2}$ 1pt

$f'(x) = \dfrac{1-1-\ln x}{x^2}$ 1pt (2)

$= \dfrac{-\ln x}{x^2}$ មានសញ្ញាដូច $-\ln x$

ព្រោះ $x^2>0;\ \forall x\in]0;+\infty[$ 1pt

$f'(x)=0 \Leftrightarrow -\ln x = 0$
$x = 1$ 1pt

$f'(x)>0 \Rightarrow -\ln x > 0$
$\ln x < 0$
$x < 1$ 1pt

$f'(x)>0 \Leftrightarrow x>1$ 1pt

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1+\ln x}{x} = -\infty$ 1pt

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln x}{x}\right) = 0$ 1pt

តម្លៃបរមា $f(1) = \dfrac{1+\ln 1}{1} = \dfrac{1}{1} = 1$ 1pt

តារាងអថេរភាព

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0

1pt

(2pts) ក) ការកំណត់អាស៊ីមតូតនៃ (C)

(9) ដោយ $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ នាំឲ្យបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ 1pt

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ នាំឲ្យបន្ទាត់ $y=0$ ជាអាស៊ីមតូតដេក 1

2) កំណត់ចំណុចប្រសព្វនៃខ្សែកោង (C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស (9)(2pts)

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដោយ $f(x)=0$ 1pt

$$\frac{1+\ln x}{x}=0$$

$$1+\ln x=0$$

$$\ln x=-1$$

$$\ln x=\ln e^{-1}$$

$$\boxed{x=\frac{1}{e}}$$ 1pt

1pt) គណនា កូអរដោនេនៃចំណុច B

តាង x_B ជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុច B

សមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ B 1pt

$$y=f'(x_B)(x-x_B)+f(x_B)$$ 1pt

បន្ទាត់ប៉ះនេះកាត់តាមគល់ $O(0,0)$ គេបាន

$$0=f'(x_B)(0-x_B)+f(x_B)$$ 2pts

$$-\frac{1+\ln x_B}{x_B}=\frac{-\ln x_B}{x_B^2}(-x_B)$$ 1pt

$$-1-\ln x_B=\ln x_B$$ 1pt

$$2\ln x_B=-1$$ 1pt

$$\ln x_B=\frac{-1}{2}$$ 1pt

$$x_B=e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}$$ 1pt

$$f(x_B)=\frac{1+\ln e^{-\frac{1}{2}}}{e^{-\frac{1}{2}}}=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{\sqrt{e}}}=\frac{\sqrt{e}}{2}$$ 1pt

ដូចនេះ $\boxed{B\left(\frac{1}{\sqrt{e}};\frac{\sqrt{e}}{2}\right)}$ 1pt

IV/ 1) គណនា $I=\int_1^2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2dx$ (1pts)

$$I=\int_1^2\left(x^2+2+\frac{1}{x^2}\right)dx$$ 2pts

$$=\left[\frac{x^3}{3}+2x-\frac{1}{x}\right]_1^2$$ 2pts

$$I=\left(\frac{8}{3}+4-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{1}{3}+2-\frac{1}{1}\right)$$

$$=\frac{8}{3}+4-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-2+1$$ 1pts

$$=\frac{7}{3}+2+\frac{1}{2}$$ ½pts

$$=\frac{14+12+3}{6}=\boxed{\frac{29}{6}}$$ 1pt

2) (1pts) $J=\int_0^{2\pi}\sqrt{1+\sin x}\,dx$

ដោយ $1+\sin x=\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$

$$=\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2$$ 2pts

តែ $\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)$ 2pts

$$\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}\right)$$ 2pts

គេបាន $\sqrt{1+\sin x}=\sqrt{2}\left|\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right|$ 2pts

$$\Rightarrow J=\sqrt{2}\int_0^{2\pi}\left|\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\right|dx$$ 1pts

តាង $u=\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\Rightarrow du=\frac{1}{2}dx$

$dx=2du$ pts

$x=0\Rightarrow u=-\frac{\pi}{4}$

$x=2\pi\Rightarrow u=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$ pts

$$\Rightarrow J=2\sqrt{2}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}}|\cos u|\,du$$ 1pt

ចំពោះ $u\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow\cos u\geq 0$ 1pt

$u\in\left[\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]\Rightarrow\cos u\leq 0$ 1pt

$$\Rightarrow J=2\sqrt{2}\left[\int_{-\pi/4}^{\pi/2}\cos u\,du-\int_{\pi/2}^{3\pi/4}\cos u\,du\right]$$ 1pt

$$=2\sqrt{2}\left\{[\sin u]_{-\frac{\pi}{4}}^{\pi/2}-[\sin u]_{\pi/2}^{3\pi/4}\right\}$$ 1pt

$$= 2\sqrt{2}\left[\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)\right] \quad /1pt$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2$$

ដូច្នេះ $\boxed{J = 4\sqrt{2}}$ /1pt

(4)

P.P. 28-06-07

ម៉ុក ដំរិទ្ធិ

ការ ស៊ីមសាត

បានឃើញ និងឯកភាព

28/06/07

សាយ ញៀន

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាស្ថានជាតិអប់រំ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

ចិន Dali 05

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ ឧត្តមសិក្សា នៅសកលវិទ្យាល័យ Dali នៃ សាធារណរដ្ឋប្រជាមានិតចិន ឆ្នាំ ២០០៥

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ២៩ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០០៥

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោងនិង៣០នាទី

២៥ ពិន្ទុ I/ ១-កំណត់ត្រីធាដឺក្រេទី ២ P(z) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ : $Z^3+Z^2+Z+1=(Z+1)P(Z)$

២-ដោះស្រាយក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិចសមីការ :

$$\left(\frac{z-2i}{z+2i}\right)^3+\left(\frac{z-2i}{z+2i}\right)^2+\left(\frac{z-2i}{z+2i}\right)+1=0$$

២៥ ពិន្ទុ II/ គេមានអាំងតេក្រាល

$$I=\int_0^{\pi}\cos^4 x\,dx \quad \text{និង} \quad J=\int_0^{\pi}\sin^4 x\,dx$$

១/ ក- បង្ហាញថាអាំងតេក្រាល I អាចសរសេរ

$$I=\int_0^{\pi}\cos x(\cos x-\cos x\sin^2 x)\,dx$$

ខ- ដោយប្រើអាំងតេក្រាលដោយផ្នែកបង្ហាញថា $I=\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx-\frac{1}{3}I$

គ-បង្ហាញដូចគ្នាថា $J=\int_0^{\pi}\cos^2 x\,dx-\frac{1}{3}I$

២/ ក- បង្ហាញថា $I+J=\frac{3\pi}{4}$

ខ- បង្ហាញថា $J-I=0$

គ- រួចទាញរកអាំងតេក្រាល I និង J ។

២៥ ពិន្ទុ III/ ក-ដោះស្រាយសមីការ : $y''-y'-2y=0$

ខ-កំណត់ចម្លើយ g ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ : $g(0)=3$ និង $g'(0)=0$

គ-កំណត់សញ្ញា $g(x)$ ។

២៥ ពិន្ទុ IV/ នៅក្នុងលំហប្រកបដោយតំរុយអរតូនរម៉ាល់ គេមានបីចំណុច : A(2; -2; 0), B(4; 2; 5) និង C(-1; -3; 0) ។

ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃអរតូសង់ H របស់ត្រីកោណ ABC ។

13

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[redacted]

និស្សិត ... ជាប់ពិន្ទុខ្ពស់ មកពីវិទ្យាល័យ (Dali) ... ក្នុងឆ្នាំ 2005

(5pts) 1) កំណត់ត្រីធាដឺក្រេទី 2 $P(z)$ ដែល
ផ្ទៀងផ្ទាត់ $z^3+z^2+z+1=(z+1)P(z)$

តាង $P(z)=az^2+bz+c$) 2pt

$z^3+z^2+z+1=(z+1)(az^2+bz+c)$) 2pts

$= az^3+bz^2+cz+az^2+bz+c$

$= az^3+(a+b)z^2+(b+c)z+c$

ក្នុង: $\begin{cases} a=1 \\ a+b=1 \\ b+c=1 \\ c=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=1 \\ c=1 \end{cases}$) 2pts

ដូច្នេះ $\boxed{P(z)=z^2+1}$

ហើយ $z^3+z^2+z+1=(z+1)(z^2+1)$

2) ដោះស្រាយក្នុង $\mathbb{C}$ សមីការ:

$$\left(\frac{ʒ-2i}{ʒ+2i}\right)^3+\left(\frac{ʒ-2i}{ʒ+2i}\right)^2+\left(\frac{ʒ-2i}{ʒ+2i}\right)+1=0$$

តាង $z=\dfrac{ʒ-2i}{ʒ+2i}$ គេបានសមីការ) 2pts

$z^3+z^2+z+1=0$

$(z+1)(z^2+1)=0$) 2pts

$z+1=0$ ឬ $z^2+1=0$

$z=-1$ ឬ $z=\pm i$) 2pts

-ចំពោះ $z=-1$ គេបាន: $\dfrac{ʒ-2i}{ʒ+2i}=-1$) 2pts

$ʒ-2i=-ʒ-2i$

$2ʒ=0$

$ʒ=0$) 2pts

-ចំពោះ $z=-i$ គេបាន $\dfrac{ʒ-2i}{ʒ+2i}=-i$) 2pts

$ʒ-2i=-iʒ+2$

$(1+i)ʒ=2+2i$

$ʒ=\dfrac{2+2i}{1+i}=\dfrac{2(1+i)}{1+i}=2$) 2pts

-ចំពោះ $z=i$ គេបាន $\dfrac{ʒ-2i}{ʒ+2i}=i$) 2pts

$ʒ-2i=iʒ-2$

$ʒ(1-i)=-2+2i$

$ʒ=\dfrac{-2+2i}{1-i}=\dfrac{-2(1-i)}{1-i}=-2$) 2pts

ដូច្នេះសំណុំចម្លើយ សមីការដែលឲ្យគឺ

$\boxed{S=\{0;-2;2\}}$) 1pt

(25pts) ក) បង្ហាញថា $I=\int_0^{\pi}\cos x(\cos x-\cos x\sin^2 x)dx$

$\cos x(\cos x-\cos x\sin^2 x)dx=\cos^2 x-\cos^2 x\sin^2 x$

$=\cos^2 x(1-\sin^2 x)$

$=\cos^2 x\cos^2 x$) 2pts

$=\cos^4 x$

ដូច្នេះ $\boxed{I=\int_0^{\pi}\cos x(\cos x-\cos x\sin^2 x)dx}$

2) បង្ហាញថា $I=\int_0^{\pi}\sin^2 x\,dx-\frac{1}{3}J$

តាមលក្ខណៈអាំងតេក្រាលដោយផ្នែក

$I=\int_0^{\pi}\cos x(\cos x-\cos x\sin^2 x)dx$

តាង $u=\cos x \Rightarrow du=-\sin x\,dx$

$dv=(\cos x-\cos x\sin^2 x)dx$

ត្រូវបន្ត

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$\int dv = \int \cos x\,dx - \int \cos x \sin^2 x\,dx$

$v = \sin x - \int \sin^2 x\, d(\sin x)$ 2pt

$v = \sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + C$

$I = \left[\cos x\left(\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}\right)\right]_0^\pi - \int_0^\pi \left(-\sin^2 x + \frac{\sin^4 x}{3}\right)dx$

$= \left[\cos\pi\left(\sin\pi - \frac{\sin^3\pi}{3}\right) - \cos 0\left(\sin 0 - \frac{\sin^3 0}{3}\right)\right]$

$+ \int_0^\pi \sin^2 x - \frac{1}{3}\int \sin^4 x\,dx$

$= (0 - 0) + \int_0^\pi \sin^2 x\,dx - \frac{1}{3}J$ 2pt

ដូចនេះ $I = \int_0^\pi \sin^2 x - \frac{1}{3}J$

បង្ហាញថា $J = \int_0^\pi \cos^2 x\,dx - \frac{1}{3}I$

$J = \int_0^\pi \sin x(\sin x - \sin x\cos^2 x)\,dx$ 2pt

តាង $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x\,dx$

$dv = (\sin x - \sin x\cos^2 x)dx$

$v = \int \sin x\,dx + \int \cos^2 x\, d(\cos x)$

$= -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + C$ 2pt

$J = \left[\sin x\left(-\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x\right)\right]_0^\pi - \int_0^\pi \left(-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3}\right)\cos x\,dx$

$= \left[\sin\pi\left(-\cos\pi + \frac{1}{3}\cos^3\pi\right) - 0\right] + \int_0^\pi \cos^2 x\,dx - \frac{1}{3}\int_0^\pi \cos^4 x\,dx$ 2pt

ដូចនេះ $J = \int_0^\pi \cos^2 x\,dx - \frac{1}{3}I$

) ក) គណនា $I + J$

$I + J = \int_0^\pi \sin^2 x\,dx - \frac{1}{3}J + \int_0^\pi \cos^2 x\,dx - \frac{1}{3}I$

$I + J + \frac{1}{3}J + \frac{1}{3}I = \int_0^\pi (\sin^2 x + \cos^2 x)\,dx$ 2p

$\frac{4}{3}(I + J) = \int_0^\pi 1\,dx = [x]_0^\pi = \pi$ 2pt

ដូចនេះ $I + J = \frac{3\pi}{4}$

ខ) គណនា $J - I$

$J - I = \int_0^\pi (\cos^4 x - \sin^4 x)\,dx$

$= \int_0^\pi (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x)\,dx$ 2p

$= \int_0^\pi \cos 2x\,dx = \frac{1}{2}[\sin 2x]_0^\pi = 0$ 2pt

ដូចនេះ $J - I = 0$

គ) គណនា I និង J

តាមលទ្ធផលខាងលើគេបាន $\begin{cases} I - J = 0 \\ I + J = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$ 2pt

$2I = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow I = \frac{3\pi}{8}$, $J = \frac{3\pi}{8}$ 1pt

III (25pt) ក) ដោះស្រាយសមីការ $y'' - y' - 2y = 0$

សមីការសម្គាល់: $r^2 - r - 2 = 0$ 2pt

ករណី $a + c = b$ គេបាន $r_1 = -1, r_2 = 2$

ដូចនេះចម្លើយទូទៅនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលគឺ

$y = Ae^{-x} + Be^{2x}$ ដែល A និង B ថេរ 4

បើសិស្សយក A និង B ជាចំនួនផ្សេង 1pt

14

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់មធ្យមសិក្សាបច្ចេកទេស នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុនក្នុងឆ្នាំ ២០០៩

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ១០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៩

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ ម៉ោង និង ៣០ នាទី

២៥ ពិន្ទុ **I** ១-គេអោយអនុគមន៍ $f(x)$ កំណត់លើ $\mathbb{R}-\{0\}$ ដោយ $\forall x\neq 0$ គេបាន $\frac{1}{2}\leq f(x)\leq 3$ ។

គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}$

២-គណនា $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x+\cos x}{1-\sin x-\cos x}$

៣-គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x-1}-2x)$

២៥ ពិន្ទុ **II** ១-គណនា $I=\int_0^2|1-x|dx$

២-បង្ហាញថា $\frac{\pi}{16}\leq\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{5+3\cos^2 x}\leq\frac{\pi}{10}$

២៥ ពិន្ទុ **III** គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x)=\ln x$ កំណត់លើ $]0;+\infty[$

១-ចំពោះ $\forall x\in[2007;2008]$ បង្ហាញថា $\frac{1}{2008}\leq f'(x)\leq\frac{1}{2007}$

២-ដោយប្រើវិសមភាពកំណើនមានកំណត់លើចន្លោះ $[2007;2008]$

បង្ហាញថា $\frac{1}{2008}\leq\ln\frac{2008}{2007}\leq\frac{1}{2007}$

២៥ ពិន្ទុ **IV** បំលែងទំរង់ទូទៅនៃសមីការអ៊ីពែបូលជាទំរង់ស្តង់ដារួចរកផ្ចិត កំពូល កំពូល និង អាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូលនោះ

$x^2-9y^2+36y-72=0$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដំណោះស្រាយវិញ្ញាសាប្រឡងជ្រើសរើសសិស្ស
និស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រនៅបរទេស

I 1) គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x^2}$ (5pt)

យើងមាន $\frac{1}{2}\le f(x)\le 3$ ដោយ $x^2>0$

យើងបាន $\frac{1}{2x^2}\le\frac{f(x)}{x^2}\le\frac{3}{x^2}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{2x^2}=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3}{x^2}=0$

នោះ $\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x^2}=0}$

2) គណនា $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\sin x+\cos x}{1-\sin x-\cos x}$ (5pt)

$2=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{(1+\cos x)-\sin x}{(1-\cos x)-\sin x}$

$3=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2\cos^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{2\sin^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}$

$3=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{2\cos\frac{x}{2}(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2})}{-2\sin\frac{x}{2}(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2})}$

$2=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\frac{x}{2}}{-\sin\frac{x}{2}}=-\frac{\cos\frac{\pi}{4}}{\sin\frac{\pi}{4}}=\boxed{-1}$

3) គណនា $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x-1}-2x)$ (10)

- $5\ \lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+x-1}-2x)=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+x-1}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}2x=-\infty$
- $5\ \lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2+x-1}-2x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2})}-2x$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\sqrt{1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-2x$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left(\sqrt{1+\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}-2\right)=\boxed{-\infty}$

II - 1 - គណនា $I=\int_0^2|1-x|dx$ (12)

x	0		1		2
$1-x$		+	0	−	

$5\ I=\int_0^1(1-x)dx-\int_1^2(1-x)dx$

$=\left[x-\frac{x^2}{2}\right]_0^1-\left[x-\frac{x^2}{2}\right]_1^2$

$5\ =1-\frac{1}{2}-\left(2-\frac{2^2}{2}-1+\frac{1}{2}\right)=\boxed{1}$

2 - បង្ហាញថា $\frac{\pi}{16}\le\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{5+3\cos^2x}\le\frac{\pi}{10}$ (13)

2 ដោយ $0\le x\le\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\cos 0\ge\cos x\ge\cos\frac{\pi}{2}$

1 $0\le\cos x\le 1\Leftrightarrow 0\le\cos^2x\le 1$

2 $\Rightarrow 0\le 3\cos^2x\le 3\Leftrightarrow 5\le 5+3\cos^2x\le 8$

2 $\frac{1}{8}\le\frac{1}{5+3\cos^2x}\le\frac{1}{5}$

2 $\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{8}dx\le\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{5+3\cos^2x}dx\le\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{5}dx$

2 $\Leftrightarrow\frac{1}{8}[x]_0^{\frac{\pi}{2}}\le\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{5+3\cos^2x}dx\le\frac{1}{5}[x]_0^{\frac{\pi}{2}}$

2 $\Leftrightarrow\frac{1}{8}\cdot\frac{\pi}{2}\le\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{5+3\cos^2x}dx\le\frac{1}{5}\cdot\frac{\pi}{2}$

$\Leftrightarrow\boxed{\frac{\pi}{16}\le\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{5+3\cos^2x}dx\le\frac{\pi}{10}}$

III បង្ហាញថា $\frac{1}{2008}\le f'(x)\le\frac{1}{2007}$ (13)

$5\ f(x)=\ln x\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{x}$

ដោយ $2007\le x\le 2008$

8 $\Leftrightarrow\frac{1}{2008}\le\frac{1}{x}\le\frac{1}{2007}$

$\Leftrightarrow\boxed{\frac{1}{2008}\le f'(x)\le\frac{1}{2007}}$

2- បង្ហាញថា $\frac{1}{2008} \le \ln\frac{2008}{2007} \le \frac{1}{2007}$

តាមវិសមភាពកំណើនមានកំណត់

$m(b-a) \le f(b)-f(a) \le M(b-a)$

ដោយយក $m=\frac{1}{2008}$; $M=\frac{1}{2007}$

$b=2008$; $a=2007$ យើងបាន

$\frac{1}{2008}(2008-2007) \le f(2008)-f(2007) \le \frac{1}{2007}(2008-2007)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{2008} \le \ln\frac{2008}{2004} \le \frac{1}{2007}}$

= កំណត់ផ្ចិត កំពូល កំណុំ អាស៊ីមតូត

$x^2-(9y^2-36y)=72$

$\Rightarrow x^2-9(y^2-4y+4)+36=72$

$\Rightarrow x^2-9(y-2)^2=36$

$\Rightarrow \frac{x^2}{36}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$ ជារាង

$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$

ហើយ $c^2=a^2+b^2=40 \Rightarrow c=2\sqrt{10}$

ដែល $h=0$; $k=2$; $a=6$; $b=$

កំពូល $S_1(h-a,k)\equiv S_1(-6,2)$

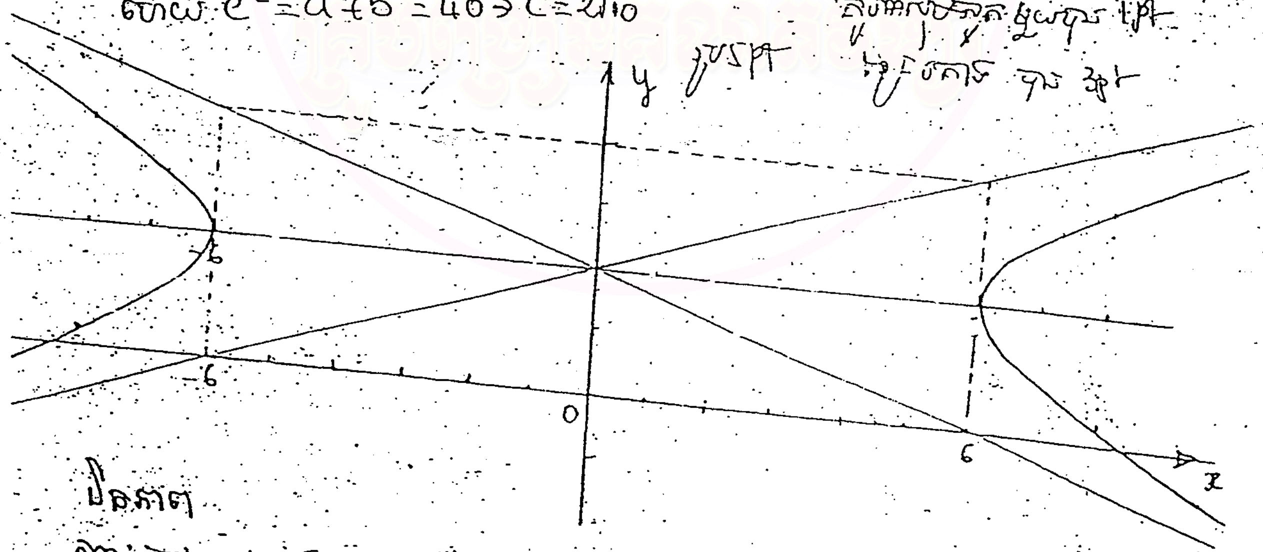
$S_2(h+a,k)\equiv S_2(6,2)$

កំណុំ $F_1(h-c,k)\equiv F_1(-2\sqrt{10},2)$

$F_2(h+c,k)\equiv F_2(2\sqrt{10},2)$

អាស៊ីមតូត : $y=k\pm\frac{b}{a}(x-h)$

$y=2\pm\frac{1}{3}x$



ពិន្ទុ

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី 11-06-2008

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

5-3-08

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា
នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុនក្នុងឆ្នាំ ២០០៩

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ១០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៩

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ ម៉ោង និង ៣០ នាទី

២៥ ពិន្ទុ I គណនាអាំងតេក្រាល

១- $I = \int \frac{x\,dx}{x^4 - 5x^2 + 4}$

២- $J = \int (\sin x \cos x)^2 \cos^2 x\,dx$

២៥ ពិន្ទុ II ១- ថង់មួយមានឃ្លី ស ៦ និង ឃ្លីខ្មៅ ៤ ។ ឃ្លីបីត្រូវបានចាប់ចេញពីថង់នោះដោយចៃដន្យ ។ តើមានប៉ុន្មានយ៉ាងអាចចាប់យកឃ្លី៣ ចេញពីថង់នោះ ។

ក) -បើឃ្លីពីរពណ៌ ស និងឃ្លីមួយពណ៌ខ្មៅ ។

ខ) -បើឃ្លីទាំងបីសុទ្ធតែពណ៌ស

គ) -បើឃ្លីទាំងបីសុទ្ធតែពណ៌ខ្មៅ

២- ឡុកឡាក់មួយគូពណ៌ខុសគ្នាត្រូវគេបោះពីរដង ។

ក) -រកចំនួនរបៀបដែលផលបូកលេខបាន ៩ក្នុងមួយលើកៗ

ខ) -រកចំនួនរបៀបដែលផលបូកលេខបាន ៩ យ៉ាងតិចម្ដង

២៥ ពិន្ទុ III ប៉ារ៉ាបូលមួយមានសមីការទូទៅរាង $y^2 + ay + bx + c = 0$ ។

១-កំណត់ចំនួនពិត a,b និង c ដើម្បីឱ្យប៉ារ៉ាបូលនោះកាត់តាមចំនុច $(-2 ; 1)$; $(-6 ; -3)$ និង $(-6 ; 5)$ ។

២-រកកំពូល កំណុំ និងបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលនោះ រួចសង់ក្រាប ។

២៥ ពិន្ទុ IV គេមានអេលីប $(E) : x^2 + 4y^2 = 4$

១-កំណត់កូអរដោនេកំពូល S_1 ; S_2 (ដែល S_1 មានអាប់ស៊ីសអវិជ្ជមានហើយ S_2 មានអាប់ស៊ីសវិជ្ជមាន) កំណុំ F_1 ; F_2 និងផ្ចិត I ។

២-ចំនុច M និង N មានកូអរដោនេរៀង $(-2 ; m)$ និង $(2 ; n)$ ។ សរសេរសមីការបន្ទាត់ (S_1N) និង (S_2M)

៣-បន្ទាត់ (S_1N) និង (S_2M) កាត់គ្នាត្រង់ T កំណត់កូអរដោនេ T ជាអនុគមន៍ m និង n ។

17

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដំណោះស្រាយ គណិតវិទ្យានៃការប្រឡង ជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា ទៅសិក្សានៅប្រទេស ជប៉ុន សិក្សាឆ្នាំ 2009

I គណនាអាំងតេក្រាល (3.5pts)

១) (1.5pts) $I=\int\frac{x\,dx}{x^4-5x^2+4}$

តាង $u=x^2\Rightarrow du=2x\,dx$

$\Rightarrow x\,dx=\frac{1}{2}du$) 1pt

$I=\frac{1}{2}\int\frac{du}{u^2-5u+4}$

$=\frac{1}{2}\int\frac{du}{(u-1)(u-4)}$) 1pt

$\frac{1}{(u-1)(u-4)}=\frac{A}{u-1}+\frac{B}{u-4}$

$=\frac{(A+B)u-4A-B}{(u-1)(u-4)}$) 1pt

គេបាន: $\begin{cases}A+B=0\\-4A-B=1\end{cases}$) 1pt

$-3A=1$

$A=-\frac{1}{3}$) 2pt

$B=-A=\frac{1}{3}$

$\Rightarrow I=\frac{1}{2}\int\left(\frac{-\frac{1}{3}}{u-1}+\frac{\frac{1}{3}}{u-4}\right)dx$) 2pt

$=\frac{1}{6}\left(-\ln|u-1|+\ln|u-4|\right)+c$) 1pt

$$\boxed{I=\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x^2-4}{x^2-1}\right|+c\ ;\ c\in\mathbb{R}}$$) 1pt

២) គណនា (1.5pts)

$J=\int(\sin x\cos x)^2\cos^2x\,dx$

$=\int\left(\left(\frac{1}{2}\sin 2x\right)^2\frac{1+\cos 2x}{2}dx\right)$ 2pt

$=\int\frac{1}{4}\sin^2 2x\left(\frac{1}{2}+\frac{\cos 2x}{2}\right)dx$) 2pt

$=\frac{1}{8}\int\sin^2 2x\,dx+\frac{1}{8}\int\sin^2 2x\cos 2x\,dx$

$=\frac{1}{8}\int\frac{1-\cos 4x}{2}dx+\frac{1}{8}\int\sin^2 2x\,\frac{d(\sin 2x)}{2}$

$=\frac{1}{16}\int dx-\frac{1}{16}\int\cos 4x\,\frac{d(4x)}{4}+\frac{1}{16}\cdot\frac{\sin^3 2x}{3}$

$$\boxed{J=\frac{x}{16}-\frac{\sin 4x}{64}+\frac{\sin^3 2x}{48}+c,\ c\in\mathbb{R}}$$

II 1) (4pt) (2.5pts)

ក) សិស្សក្នុងក្រុមមាន 10 គឺ ស្រី 6 និងប្រុស 4 ។ ចំនួនរបៀបរើស បានស្រីពីរនាក់ និងប្រុសម្នាក់ គឺ $C(6,2)\times C(4,1)=$) 2

$\frac{6\times5}{2\times1}\times4=15\times4=\boxed{60}$) 1pt

ខ) ចំនួនរបៀបរើសបានស្រី ៣នាក់ ... គឺ $C(6;3)=\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=$) 1

$=\boxed{20}$) 1pt

គ) ចំនួនរបៀប រើសបាន ប្រុសទាំង៣ ... គឺ

$C(4,3)=\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}$) 1

$=\boxed{4}$) 1pt

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

2) ក) (18pts) [illegible]

$\{(3,6),(4,5),(5,4),(6,3)\}$ 2pts

[illegible] 4 4

[illegible] $4\times4\times4=\boxed{64}$

2) [illegible]

[illegible]

[illegible] 2pts

[illegible]

$4\times32\times32+32\times4\times32+32\times32\times4=$ 2pts

$3\times4\times32^2=12\times32^2$ 2pts

[illegible]

$4\times4\times32+4\times32\times4+32\times4\times4$ 2pts

$=3\times4\times32\times4=12\times4\times32$ 2pts

[illegible] 64

[illegible]

$12\times32^2+12\times4\times32+64=$ 2pts

$12(32^2+4\times32)+64=$

$12(1024+128)+64=$

$13824+64=\boxed{13888}$ 2pts

III (15pts) 1) រកតម្លៃនៃ a, b និង c (7pts)

[illegible] $(-2;1)$ [illegible] $1+a-2b+c=0$ (1)

[illegible] $(-6;-3)$ [illegible] $9-3a-6b+c=0$ (2)

[illegible] $(-6;5)$ [illegible] $25+5a-6b+c=0$ (3)

(1)-(2) [illegible] $-8+4a+4b=0$ (4)

(3)-(2) [illegible] $16+8a=0$ (5)

(5) : $8a=-16\Rightarrow a=-2$

(4) $b=\dfrac{8-4a}{4}=\dfrac{8-4(-2)}{4}=4$ 2pts

(2) $c=3a+6b-9$

$=3(-2)+(6\times4)-9$

$=24-15=9$

[illegible] $\boxed{a=-2,\ b=4 \text{ និង } c=9}$ 2pts

2) (8pts) [illegible]

[illegible]

$y^2-2y+4x+9=0$

$y^2-2y+1^2-1^2+4x+9=0$ 2pts

$(y-1)^2=-4x-8$

$(y-1)^2=-4(x+2)$

[illegible] $(y-k)^2=4p(x-h)$ 2pts

[illegible] $h=-2;\ k=1$ [illegible] $p=-1$

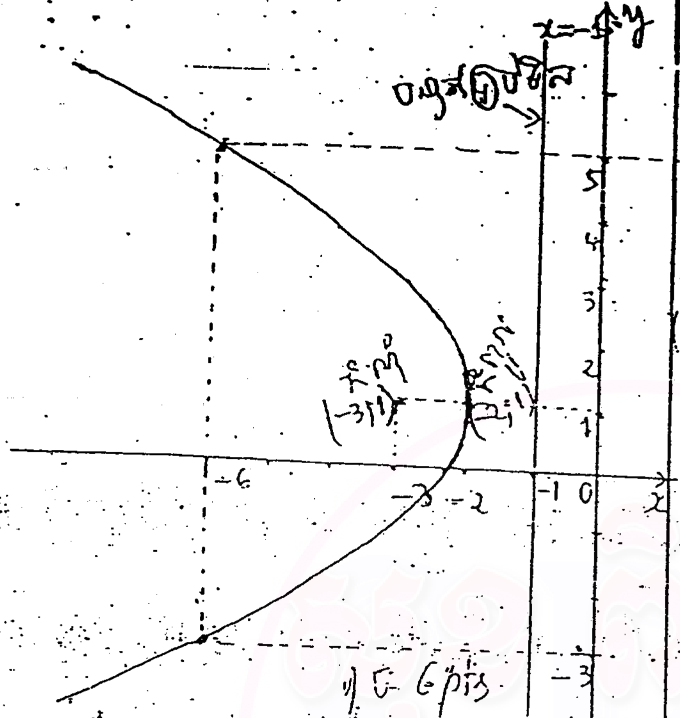
កំពូល $(h;k)=\boxed{(-2;1)}$ 2pts

[illegible] $(h+p;k)=(-2-1;1)=\boxed{(-3;1)}$

[illegible] $x=h-p=-2-(-1)$

$\boxed{x=-1}$ 2pts

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS



IV (25pt)

១) រកកូអរដោនេកំពូល កំណុំ (11pt)

សមីការ $x^2+4y^2=4$

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$) 2pt

ទម្រង់ $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$) 2pt

គេបាន $h=0$, $k=0$

$a=2$; $b=1$

$c^2=a^2-b^2=2^2-1^2$

$c=\sqrt{3}$) 2pt

កំពូល $S_1(h-a;k)$

$S_1(-2;0)$) 1pt

កំពូល $S_2(h+a;k)$

$S_2(2;0)$) 1pt

កំណុំ $F_1(h-c;k)$

$F_1(-\sqrt{3};0)$) 1pt

កំណុំ $F_2(h+c;k)$

$F_2(\sqrt{3};0)$) 1pt

ផ្ចិត $I(0;0)$ 1pt

ខ) សមីការបន្ទាត់ (S_1N) (1pt)

$\frac{y-y_{S_1}}{x-x_{S_1}}=\frac{y_N-y_{S_1}}{x_N-x_{S_1}}$

$\frac{y}{x+2}=\frac{n}{4} \Leftrightarrow nx-4y+2n=0$

- សមីការបន្ទាត់ (S_2M)

$\frac{y-y_{S_2}}{x-x_{S_2}}=\frac{y_M-y_{S_2}}{x_M-x_{S_2}} \Rightarrow \frac{y-0}{x-2}=\frac{m-0}{-2-2}$

$\frac{y}{x-2}=\frac{m}{-4} \Leftrightarrow mx+4y-2m=0$

គ) រកកូអរដោនេ T

$\begin{cases} nx-4y+2n=0 & (1) \\ mx+4y-2m=0 & (2) \end{cases}$) 2pt

$(n+m)x=2(m-n)$

$x=\frac{2(m-n)}{m+n}$) 2pt

យក $x=\frac{2(m-n)}{m+n}$ ជំនួសក្នុង (1)

គេបាន $n\left[\frac{2(m-n)}{m+n}\right]-4y+2n=0$

$\Rightarrow 4y=\frac{2n(m-n)}{m+n}+2n$

$4y=\frac{4mn}{4(m+n)} \Rightarrow y=\frac{mn}{m+n}$) 4

ដូច្នេះ $T\left[\frac{2(m-n)}{m+n};\frac{mn}{m+n}\right]$

ថ្ងៃ 11-06-08

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible] 06

មណ្ឌលប្រឡង [illegible]

បន្ទប់ប្រឡង ......41......

លេខតុ ......875......

ឈ្មោះ [illegible]

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ **បរិញ្ញាបត្រ**
បច្ចេកទេស នៅសិក្សានៅប្រទេសវៀតណាម សំរាប់ឆ្នាំ ២០០៧
សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ៣០ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ២០០៦
វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោង៣០នាទី

(២៥ពិន្ទុ) I-ក្នុងប្លង់កុំផ្លិចប្រកបដោយតំរុយអរតូនរម៉ាល់ $(o;\vec{u};\vec{v})$

គេអោយចំណុច B តាងកុំផ្លិច i និង M_1 តាងកុំផ្លិច $Z_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i)$

១- រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_1

២- ចំណុច M_2 តាងចំនួនកុំផ្លិច $Z_2 = iZ_1$ ។ រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_2 រួចបង្ហាញថា M_2 នៅលើបន្ទាត់ $y = x$

៣- M_3 ជាចំណុចតាងចំនួនកុំផ្លិច $Z_3=\frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$ ។ បង្ហាញថាចំណុច M_1 និង M_3 នៅលើរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $\sqrt{2}$

(២៥ពិន្ទុ) II- 1-ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y' - 2y = 0$ (2)

2-គេអោយសមីការ $y' - 2y = xe^{2x}$ (1)

ក-កំណត់ a និង b ដើម្បីអោយសមីការ $U(x) = (ax + b)e^{2x}$ ជាចំលើយរបស់សមីការ (1)

ខ-បង្ហាញថា V ជាចំលើយរបស់ (2) លុះត្រាតែ $U + V$ ជាចំលើយរបស់ (1) រួចទាញរកចំលើយរបស់ (1)

(២៥ពិន្ទុ) III-អនុគមន៍ f(x) កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $\ln f(x)=\frac{1}{x}\ln x$ ។

1- សិក្សាអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f(x) ។

2- តើ 100^{99} និង 99^{100} ចំនួនមួយណាធំជាង ?

(២៥ពិន្ទុ) IV-ក្នុងការសង្កេតសិស្សថ្នាក់ទី ១២ ចំនួន ៥០០ នាក់ គេបានពិនិត្យឃើញថាសិស្ស ២០០ នាក់ មានបំណងនឹងបន្តការសិក្សាផ្នែកកុំព្យូទ័រ សិស្ស ១៥០ នាក់ នឹងបន្តការសិក្សាផ្នែកសេដ្ឋកិច្ច និងសិស្ស ២៥ នាក់ មានបំណងបន្តការសិក្សាទាំងពីរផ្នែក ។

1-តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់មិនមានបំណងនឹងបន្តការសិក្សាពីរផ្នែកខាងលើ ?

2-តើមានសិស្សប៉ុន្មាននាក់នឹងបន្តការសិក្សាតែផ្នែកសេដ្ឋកិច្ច ?

19

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

សម្រាំកំណែវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាថ្នាក់មធ្យមភាគ 30/6/2004

1- រកម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ Z_1 ពិ. ២. 06

$$Z_1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}(1-i) = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$$

$$Z_1 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

យើងបាន ម៉ូឌុលនៃ Z_1 គឺ $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$ អាគុយម៉ង់គឺ $-\frac{\pi}{4}+2k\pi, k\in$

2- រកម៉ូឌុលនិងអាគុយម៉ង់នៃ Z_2

$Z_2 = iZ_1$ ហើយ i មានម៉ូឌុលគឺ 1 អាគុយម៉ង់ $\frac{\pi}{2}+2k\pi$

នោះ Z_2 មានម៉ូឌុល $1\times\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

Z_2 មានអាគុយម៉ង់ $\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4}+2k'\pi \quad k'\in\mathbb{Z}$

បង្ហាញថា M_2 នៅលើបន្ទាត់ $y=x$

ហើយ $Z_2 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$$Z_2 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{2\sqrt{3}-2}{4}+\frac{2\sqrt{3}-2}{4}i$$

$Z_2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}i$ នោះ $M_2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

បញ្ជាក់ថា M នៅលើបន្ទាត់ $y=x$

3- បង្ហាញថា M_1 និង M_3 នៅលើរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $\sqrt{2}$

ហើយ $Z_3 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}(1+i)$ នោះ $M_3\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2};\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)$

ហើយ B តាងដោយចំនួន i នោះ $B(0;1)$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

- ចំនួន 99^{100} និង 100^{99} មួយណាធំជាង ? 4

តាមតារាងអថេរភាពយើងបាន f ចុះលើ $[e, +\infty[$

(5) ដោយ $99 < 100 \Rightarrow f(99) > f(100)$ ដែល $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

យើងបាន $99^{\frac{1}{99}} > 100^{\frac{1}{100}}$ ដោយ $\left(99^{\frac{1}{99}}\right)^{9900} > \left(100^{\frac{1}{100}}\right)^{9900}$

$\Rightarrow 99^{100} > 100^{99}$ ព. ប. 06

IV. 1. រកចំនួនសិស្សដែលប្រឡងជាប់[illegible]

តាង E ជាសំណុំសិស្សទាំងអស់

A ជាសំណុំសិស្សដែលប្រឡងជាប់[illegible]

B — — — — [illegible]

(15) C — — ដែលធ្លាក់[illegible]

យើងបាន $n(E) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B)$

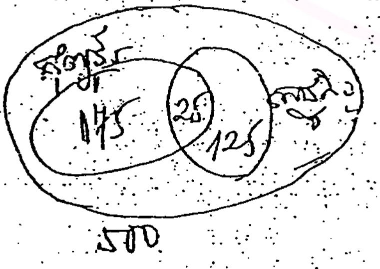
$n(C) = n(E) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$

$n(C) = 500 - 200 - 150 + 25 = 175$ នាក់

2/ រកចំនួនសិស្សដែលប្រឡងជាប់តែ[illegible]

(10) $150 - 25 = 125$ នាក់

* [illegible]



អ្នកត្រួតពិនិត្យ

[illegible]

[illegible]

ប្រធាន

[illegible]

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

1 $\overrightarrow{BM_3}\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2};\frac{\sqrt{3}+1}{2}-1\right)$ នោះ $\overrightarrow{BM_3}\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2};\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$ 2

1 $\|\overrightarrow{BM_3}\|=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$ **ព.ន. 06**

1 $Z_1=\frac{\sqrt{3}-1}{2}(1+i)$ នោះ $M_1\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

1 $\overrightarrow{BM_1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};-\frac{\sqrt{3}-1}{2}-1\right)$ នោះ $\overrightarrow{BM_1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2};-\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$

1 $\|\overrightarrow{BM_1}\|=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2+\left(-\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$

2 ដោយ $BM_1=BM_3=\sqrt{2}$ នោះ M_1 និង M_3 នៅលើរង្វង់ផ្ចិត B កាំ $\sqrt{2}$

II 1. ដោះស្រាយសមីការ $y'-2y=0$ (2)

½ សមីការ $y'-2y=0$ មានចម្លើយ $y=ke^{2x},\ k\in\mathbb{R}$

½ 2. ក. កំណត់ a និង b

$u(x)=(ax+b)e^x \Rightarrow u'=ae^x+(ax+b)e^x$

$u'=e^x(a+ax+b)$ ហើយ u ជាចម្លើយរបស់ (1)

យើងបាន $(a+ax+b)e^x-2(ax+b)e^x=xe^x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x$

$\Leftrightarrow (a+ax+b-2ax-2b)e^x=xe^x$

$\Leftrightarrow (a-b-ax)e^x=xe^x$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ $\forall x$

យើងបាន $\begin{cases}a=-1\\a-b=0\end{cases}$ នោះ $\boxed{\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}}$ ហើយ $u(x)=(-x-1)e^x$

ខ. បង្ហាញថា v ជាចម្លើយរបស់ (2) លុះត្រាតែ u+v ជាចម្លើយរបស់ (1)

½ i. បើ u+v ជាចម្លើយរបស់ (1) ⇒ v ជាចម្លើយរបស់ (2)

បើ u+v ជាចម្លើយរបស់ (1) យើងបាន

$(u+v)'-2(u+v)=xe^x \Leftrightarrow u'+v'-2u-2v=xe^x$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ទៅសិក្សានៅ

សាកលវិទ្យាល័យប្រជាមានិតចិន (DALI UNIVERSITY)

ក្នុងឆ្នាំសិក្សា ២០០៤-២០០៥

01 - 9 - 2004

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ០១ ខែកញ្ញា ឆ្នាំ ២០០៤

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោង និង៣០នាទី

ថ្នាក់ : ឧត្តមសិក្សា

២៥ ពិន្ទុ I/ គណនា :

$$A = \int \frac{dx}{2\sin x + 3\cos x - 5} \quad , \quad B = \int \frac{x\,dx}{(x-1)(x+1)^2}$$

២៥ ពិន្ទុ II/ 1- ចំពោះគ្រប់ចំនួនកុំផ្លិច Z គេមាន $P(Z) = Z^4 - 1$

ក/ ដាក់ $P(Z)$ ជាផលគុណកត្តា

ខ/ ដោះស្រាយសមីការ $P(Z) = 0$

គ/ ដោះស្រាយសមីការ $\left[\frac{2z+1}{z-1}\right]^4 = 1$

2- a/ នៅក្នុងប្លង់កុំផ្លិច (P) ប្រដាប់ដោយតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ទិសដៅវិជ្ជមាន (ឯកតា 5 cm) ។ ដៅចំនុច A, B, C មានអាភិចរៀង $a = -2$; $b = -\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$ និង $c = -\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$

b/ បង្ហាញថាចំណុច O ; A ; B ; C នៅលើរង្វង់តែ ១ ដែលត្រូវកំនត់ផ្ចិត និងកាំរបស់វា ។

២៥ ពិន្ទុ III/ កោនប្រហោងក្នុងមួយមានកំពស់ 18 cm និងអង្កត់ផ្ចិតបាតមានរង្វាស់ 12 cm ។ គេដាក់កោនប្រហោងនោះអោយកំពូលចុះក្រោមតាមអក្ស័ឈរ បន្ទាប់មកគេចាក់ទឹកបញ្ចូលក្នុងកោននោះ ដោយអត្រាថេរ $22 cm^3/s$ ប៉ុន្តែហូរចេញវិញតាមប្រហោងតូចត្រង់កំពូលកោនដោយអត្រាថេរ $20 cm^3/s$ ។ រកអត្រាប្រែប្រួលកំពស់ទឹកក្នុងកោន បើទឹកក្នុងកោនមានកំពស់ 6cm ។

២៥ ពិន្ទុ IV/ នៅក្នុងលំហប្រកបដោយ គោលអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(\vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ គេមាន :

$$\vec{u} = \frac{1}{3}(-\sqrt{2}\,\vec{i} + \sqrt{3}\,\vec{j} + 2\vec{k}) \quad \text{និង} \quad \vec{v} = \frac{1}{5}(\sqrt{15}\,\vec{i} + \sqrt{10}\,\vec{j})$$

1- ចូរបង្ហាញថា $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាវិចទ័រឯកតា ហើយអរតូគូណាល់គ្នា ។

2- ចូរកំនត់វិចទ័រ $\vec{w}$ ដើម្បីអោយ $(\vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$ ជាគោលអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិត និស្សិតអាហារូបករណ៍ចូលរៀនឆ្នាំទីមួយ សាកលវិទ្យាល័យ DALI ... ឆ្នាំសិក្សា 2004-05

05

I (35pts)

គណនា $A=\int \frac{dx}{2\sin x+3\cos x-5}$

តាង $t=\tan\frac{x}{2} \Rightarrow dt=\left(\tan\frac{x}{2}\right)'dx$

$dt=\frac{1}{2}\left(1+\tan^2\frac{x}{2}\right)dx$

$dx=\frac{2dt}{1+t^2}$) 2pts

$\sin x=\frac{2t}{1+t^2}$; $\cos x=\frac{1-t^2}{1+t^2}$) 2pts

$A=\int\frac{\frac{2dt}{1+t^2}}{2\left(\frac{2t}{1+t^2}\right)+3\left(\frac{1-t^2}{1+t^2}\right)-5}$) 2pts

$=\int\frac{2dt}{4t+3-3t^2-5-5t^2}$

$=\int\frac{2dt}{-8t^2+4t-2}=\frac{2}{-8}\int\frac{dt}{t^2-\frac{1}{2}t+\frac{1}{4}}$) 2pts

$=-\frac{1}{4}\int\frac{dt}{\left(t-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt3}{4}\right)^2}$

$=-\frac{1}{4}\int\frac{d\left(t-\frac{1}{4}\right)}{\left(t-\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{\sqrt3}{4}\right)^2}$) 2pts

$=-\frac{1}{4}\times\frac{1}{\frac{\sqrt3}{4}}\arctan\frac{t-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt3}{4}}+c$) 2pts

$$A=-\frac{\sqrt3}{3}\arctan\frac{4\sqrt3}{3}\left(\tan\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)+c$$

បើគ្មាន $+c$ ដក 1pt ចេញ

គណនា $B=\int\frac{x\,dx}{(x-1)(x+1)^2}$

យើងបាន

$\frac{x}{(x-1)(x+1)^2}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{(x+1)^2}$

$=\frac{a(x+1)^2+b(x-1)(x+1)+c(x-1)}{(x-1)(x+1)^2}$

$=\frac{ax^2+2ax+a+bx^2-b+cx-c}{(x-1)(x+1)^2}$

$=\frac{(a+b)x^2+(2a+c)x+a-b-c}{(x-1)(x+1)^2}$

ផ្ទឹមៈ $\begin{cases}a+b=0 & (1)\\ 2a+c=1 & (2)\\ a-b-c=0 & (3)\end{cases}$ 2pts

(1) $\Rightarrow a=-b$

(3) $\Rightarrow -2b-c=0$

(2) $\Rightarrow -2b+c=1$

$-4b=1$

$b=-\frac{1}{4}$

$a=\frac{1}{4}$) 2pts

$c=1+2b$

$=1+\frac{2}{-4}$

$c=\frac{1}{2}$

$\int\frac{x\,dx}{(x-1)(x+1)^2}=\int\frac{1}{4(x-1)}dx-\int\frac{1\,dx}{4(x+1)}+\int\frac{1}{2(x+1)^2}dx$

$=\frac{1}{4}\ln|x-1|-\frac{1}{4}\ln|x+1|-\frac{1}{2(x+1)}$

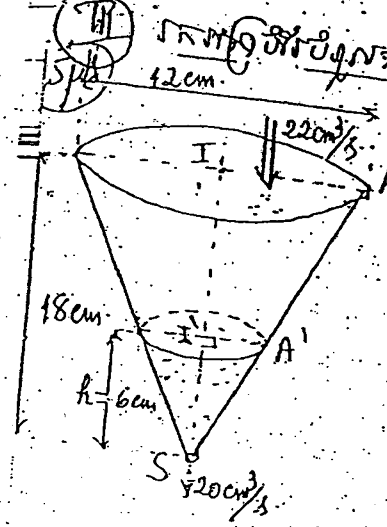
$$B=\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|-\frac{1}{2(x+1)}+c$$

4pts ចេញ

បើគ្មាន $+c$ ដក 1pt

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

III (5pts) រកល្បឿនបំរែបំរួលកំពស់ទឹកក្នុងធុង



ចំលើយ 3pts

- តាង h កំពស់ទឹកក្នុងធុង
- មាឌទឹកក្នុងធុងគណនាដោយ $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$) 3pts

ដែល $r = I'A'$, $h = SI'$

- ត្រីកោណ $SI'A'$ និង ΔSIA ដូចគ្នា គេបាន

$$\frac{I'A'}{IA}=\frac{SI'}{SI} \Rightarrow I'A'=\frac{SI'}{SI}\times IA$$) 3pts

$$I'A'=\frac{h}{18}\times 6=\frac{h}{3}$$

$$V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{3}\right)^2 h=\frac{1}{27}\pi h^3$$) 3pts

$$\frac{dV}{dh}=\frac{3}{27}\pi h^2=\frac{1}{9}\pi h^2$$) 3pts

ល្បឿនបំរែបំរួលមាឌទឹកក្នុងធុងគឺ

$$\frac{dV}{dt}=22\,cm^3/s-20\,cm^3/s=2\,cm^3/s$$) 3pts

ល្បឿនបំរែបំរួលកំពស់ទឹកក្នុងធុងគឺ $\frac{dh}{dt}$) 3pts

គេមានទំនាក់ទំនង $\frac{dV}{dt}=\frac{dV}{dh}\times\frac{dh}{dt}$) 2pts

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt}=\frac{\frac{dV}{dt}}{\frac{dV}{dh}}=\frac{2}{\frac{1}{9}\pi h^2}=\frac{18}{\pi\cdot 6^2}=\frac{1}{2\pi}$$) 2pts

ដូច្នេះ ល្បឿនបំរែបំរួលកំពស់ទឹកក្នុងធុងគឺ

$$\boxed{\frac{dh}{dt}=\frac{1}{2\pi}\,cm/s}$$

IV (25pts) **ធ.ខ.ផាលីក** (signature)

បង្ហាញថា $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាកែងគ្នា

$$\vec{u}=\frac{1}{3}(-\sqrt{2}\vec{i}+\sqrt{3}\vec{j}+2\vec{k});\quad \vec{v}=\frac{1}{5}(\sqrt{15}\vec{i}+\sqrt{10}\vec{j})$$

$$\|\vec{u}\|=\frac{1}{3}\sqrt{(\sqrt{2})^2+\sqrt{3}^2+2^2}=\frac{1}{3}\sqrt{9}=\frac{3}{3}=1$$

$$\|\vec{v}\|=\frac{1}{5}\sqrt{\sqrt{15}^2+\sqrt{10}^2}=\frac{1}{5}\sqrt{25}=1$$) 3pts

ដោយ $\|\vec{u}\|=1$ និង $\|\vec{v}\|=1$ នោះ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតា) 3pts

$$\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}(-\sqrt{2}\cdot\sqrt{15}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{10}+2\times 0)$$

$$=\frac{1}{15}(-\sqrt{30}+\sqrt{30}+0)=0$$) 3pts

ដូច្នេះ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ កែងគ្នា) 3pts

2) កំណត់វ៉ិចទ័រ $\vec{w}$

ដោយ $\vec{u}$ និង $\vec{v}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាដែលកែងគ្នា ដូចនេះ ដើម្បីឲ្យ $(\vec{u},\vec{v},\vec{w})$ ជាត្រីធាតុតម្រុយអរតូណរមេ លុះត្រាតែ

$\vec{w}=\vec{u}\wedge\vec{v}$) 3pts

$$\vec{u}\wedge\vec{v}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{5}\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -\sqrt{2} & \sqrt{3} & 2\\ \sqrt{15} & \sqrt{10} & 0\end{vmatrix}$$) 3pts

$$=\frac{1}{15}\left(\begin{vmatrix}\sqrt{3} & 2\\ \sqrt{10} & 0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-\sqrt{2} & 2\\ \sqrt{15} & 0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-\sqrt{2} & \sqrt{3}\\ \sqrt{15} & \sqrt{10}\end{vmatrix}\vec{k}\right)$$

$$=\frac{1}{15}\left[-2\sqrt{10}\vec{i}+2\sqrt{15}\vec{j}+(-\sqrt{20}-\sqrt{45})\vec{k}\right]$$

$$=\frac{1}{15}(-2\sqrt{10}\vec{i}+2\sqrt{15}\vec{j}-5\sqrt{5}\vec{k})$$) 2pt

ដូច្នេះ $$\boxed{\vec{w}=\frac{1}{15}(-2\sqrt{10}\vec{i}+2\sqrt{15}\vec{j}-5\sqrt{5}\vec{k})}$$) 2pts

P.P. 02-09-2014

(signature)

22

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible].DALI04

II $P(z)=z^4-1$

(25 ពិន្ទុ) ដាក់ $P(z)$ ជាផលគុណកត្តា

$P(z)=z^4-1$

$=(z^2-1)(z^2+1)$) 2pk

$P(z)=(z-1)(z+1)(z-i)(z+i)$) 2pk

ដោះស្រាយសមីការ $P(z)=0$

$P(z)=0$

$(z-1)(z+1)(z-i)(z+i)=0$

$z=1\ ;\ z=-1\ ;\ z=i$ ឬ $z=-i$) 2pk

សំណុំចម្លើយរបស់សមីការ $P(z)=0$ គឺ

$\{1;-1;i;-i\}$

ដោះស្រាយសមីការ $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4=1$

តាង $Z=\frac{2z+1}{z-1}$; សមីការ $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4=1$

ឬ $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4-1=0$ ជាសមីការ $P(Z)=0$

× បើ $Z=1$ គេបាន $\frac{2z+1}{z-1}=1$

$2z+1=z-1 \Rightarrow z=-2$) 2pk

× បើ $Z=-1$ គេបាន $\frac{2z+1}{z-1}=-1$

$2z+1=-z+1 \Rightarrow z=0$) 2pk

× បើ $Z=i$ គេបាន $\frac{2z+1}{z-1}=i$

$2z+1=iz-i$

$(2-i)z=-1-i$

$z=\frac{-1-i}{2-i}$) 2pk

$z=\frac{(-1-i)(2+i)}{5}=\frac{-2-i-2i-i^2}{5}$

$z=-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i$) 2pk

× បើ $Z=-i$ គេបាន $\frac{2z+1}{z-1}=-i$

$2z+1=-zi+i$

$(2+i)z=-1+i$

$z=\frac{-1+i}{2+i}=\frac{(-1+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$

$z=\frac{-2+i+2i-i^2}{5}=-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$)

សំណុំចម្លើយរបស់សមីការ $\left(\frac{2z+1}{z-1}\right)^4=1$ គឺ

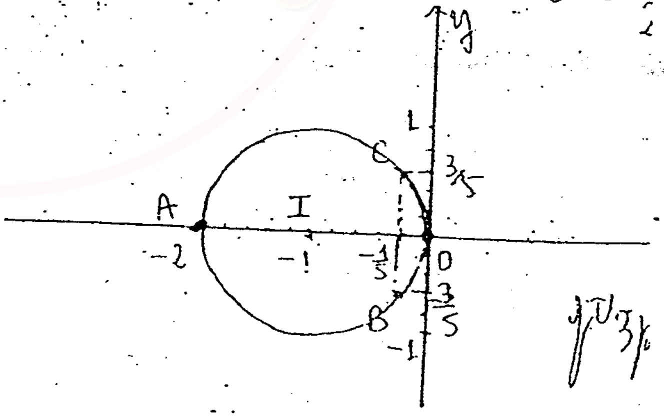
$\left\{-2\ ;\ 0\ ;\ -\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i\ ;\ -\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i\right\}$

សង់ចំណុច A, B និង C

A តាងដោយចំនួនកុំផ្លិច $a=-2 \Rightarrow A(-2;0)$

B ——— $b=-\frac{1}{5}-\frac{3}{5}i \Rightarrow B\left(-\frac{1}{5};-\frac{3}{5}\right)$

C ——— $c=-\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i \Rightarrow C\left(-\frac{1}{5};\frac{3}{5}\right)$



បង្ហាញថាចំណុច O, A, B និង C ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ

ចំណុច O, A, B និង C ស្ថិតនៅលើរង្វង់តែមួយ ដែលមានផ្ចិត $I(-1;0)$ និងកាំ 1

2pk

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

V IN.. គណិត 05 ជ

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ ឧត្តមសិក្សា

ទៅសិក្សានៅសាធារណរដ្ឋសង្គមនិយមវៀតណាម

ក្នុងឆ្នាំ ២០០៥

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ២៨ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៥

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោងនិង៣០នាទី

២៥ ពិន្ទុ I/ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

$$(A)\quad \begin{cases} \log_2(x^2+y^2)=5 \\ 2\log_4 x+\log_2 y=4 \end{cases}$$

$$(B)\quad \begin{cases} 2^{y-x}(x+y)=1 \\ (x+y)^{x-y}=2 \end{cases}$$

២៥ ពិន្ទុ II/ នៅក្នុងសំណុំចំនួនកុំផ្លិចគេមានសមីការ

(E) : $Z^3+2Z^2-16=0$

១- បង្ហាញថា $Z=2$ ជាឫសសមីការ (E)

២- សរសេរសមីការ (E) ជាទម្រង់ $(Z-2)(aZ^2+bZ+c)=0$ ដែល a ; b ; c ជាចំនួនពិតដែលត្រូវកំណត់ ។

៣- ដោះស្រាយសមីក[redacted]

- អោយចំលើយជាទម្រង់ពិជគណិត រួចអោយចំលើយជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២៥ ពិន្ទុ III/ 1- គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y=\sin 2x(\text{cotg}2x-\text{cotg}x)$

2- គេអោយអនុគមន៍ f ដែលកំណត់លើចន្លោះ $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[-\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$

ដោយ $f(x)=\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}-2\tan x}{\cos 2x}$

តើអនុគមន៍ f មានអនុគមន៍បន្ទាយតាមភាពជាប់ត្រង់ $x=\frac{\pi}{4}$ ឬទេ ?

២៥ ពិន្ទុ IV/ គណនា $f(t)=\int_0^t\left(4\sin^4 x-\frac{3}{2}\right)dx$

ដោះស្រាយសមីការ $f(t)=0$ ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

2005 VN 05 ថ្នាក់ឧត្តម ភាសាអង់គ្លេស

I) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (2.5pts)

(A) [13]
$$\begin{cases} \log_{2}(x^2+y^2)=5 & ① \\ 2\log_{4}x+\log_{2}y=4 & ② \end{cases}$$

លក្ខខណ្ឌ $x>0;\ y>0$) 1pt

$① \Rightarrow \log_{2}(x^2+y^2)=5$

$\log_{2}(x^2+y^2)=\log_{2}2^5$

$x^2+y^2=2^5$ ①) 1pt

$② \Rightarrow 2\log_{4}x+\log_{2}y=4$

$2\dfrac{\log_{2}x}{\log_{2}4}+\log_{2}y=4$

$2\dfrac{\log_{2}x}{\log_{2}2^2}+\log_{2}y=4$) 1pt

$2\dfrac{\log_{2}x}{2}+\log_{2}y=4$

$\log_{2}x+\log_{2}y=4$) 1pt

$\log_{2}x.y=\log_{2}2^4$

$x.y=2^4$ ②) 1pt

ដោះស្រាយ $\begin{cases} x^2+y^2=32 \\ x.y=16 \end{cases}$) 1pt

$x=\dfrac{16}{y}$) 1pt ①

យកជំនួស ① $\Rightarrow \left(\dfrac{16}{y}\right)^2+y^2=32$

$\dfrac{16^2}{y^2}+y^2-32=0$

$y^4-32y^2+16^2=0$) 1pt

តាង $Y=y^2$

$Y^2-32Y+256=0$) 1pt

$\Delta_Y=32^2-4.256=0$

$Y'=Y''=\dfrac{32}{2}=16$) 1pt

$Y=16,\ Y=y^2 \Rightarrow y^2=16$) 1pt

$\Rightarrow y=\pm\sqrt{16}=\pm 4$

$x=\dfrac{[illegible]}{4}=4$) 1pt

ដូចនេះ $x=4;\ y=4$) 1pt

ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ

(B) [12]
$$\begin{cases} 2^{y-x}(x+y)=1 & ① \\ (x+y)^{x-y}=2 & ② \end{cases}$$

លក្ខខណ្ឌ $x+y>0;\ x+y\neq 1$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

① → $x+y = \frac{1}{2^{y-x}} = 2^{-(y-x)}$

$= 2^{x-y}$) 1pt

② → $(2^{x-y})^{x-y} = 2$

$2^{(x-y)^2} = 2$

$2^{(x-y)^2} = 2^1$) 1pt

$(x-y)^2 = 1$) 1pt

$\Rightarrow (x-y)^2 - 1^2 = 0$

$\Rightarrow (x-y-1)(x-y+1) = 0$) 1pt

$x-y-1 = 0 \quad x-y=1$ ②

$x-y+1 = 0 \rightarrow x-y=-1$) 1pt

② → $x-y = 1$

① → $x+y = 2^1$) 1pt

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$) 1pt

$x = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{3}{2} + y = 2$

$y = 2 - \frac{3}{2}$

$y = \frac{1}{2}$) 1pt

② → $x - y = -1$

① → $x+y = 2^{-1}$) 1pt

$2x = -1 + \frac{1}{2}$

$2x = -\frac{1}{2}$

$x = -\frac{1}{4}$) 1pt

$x = -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{4} + y = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$) 1pt

ដំណោះស្រាយ $(x = \frac{3}{2} ; y = \frac{1}{2})$

$(x = -\frac{1}{4} ; y = \frac{3}{4})$

II 1) បង្ហាញថា $z=2$ ជាឫសនៃសមីការ(E) (25pts)

ដោយជំនួស

$2^3 + 2\cdot2^2 - 16 = 8+8-16$

គេបាន $2^3 + 2\cdot2^2 - 16 = 0$) 2pt

ដូចនេះ $z=2$ ជាឫសរបស់(E)

2) សរសេរ(E)ជារាង

$(z-2)(az^2+bz+c)=0$

[illegible]

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VN - គណិត-05

$z^3+2z^2-16 \mid z-2$

$0+4z^2$ ⟶ z^2+4z+8

$4z^2-16$

$0+8z-16$

$0 \quad 0$

យើងបាន

$(E): (z-2)(z^2+4z+8)=0$

ដោយ $a=1, b=4, c=8$ (2pts)

របៀបទី២

$z^3+2z^2-16 = az^3-2az^2+bz^2-2bz+cz-2c$

$= az^3+(b-2a)z^2+(c-2b)z-2c$

ផ្ទឹមមេគុណ $a=1$, $b-2a=2$, $c-2b=0$, $-2c=-16$ ⟹ $a=1$, $b=4$, $c=8$

3) ដោះស្រាយ (E)

$(z-2)(z^2+4z+8)=0$

$z-2=0$ ឬ $z^2+4z+8=0$ (2pts)

ចំពោះ $z-2=0 \Rightarrow z=2$ (2pts)

ចំពោះ $z^2+4z+8=0$

$(z+2-2i)(z+2+2i)=0$ (2pts)

$z=-2+2i$, $z=-2-2i$

ដូចនេះសំណុំឫស $\{2; -2+2i; -2-2i\}$

សរសេរចំនួនកុំផ្លិចជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$z_1=2 \Rightarrow z_1=2(\cos 0+i\sin 0)$

$z_2=-2+2i$

$r_2=\sqrt{(-2)^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\cos\theta_2=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\theta_2=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \theta_2=\frac{3\pi}{4}$

$z_2=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$ (3)

$z_3=-2-2i$

$r_3=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\cos\theta_3=\frac{-2}{2\sqrt{2}}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\theta_3=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3)

$\theta_3=-\frac{3\pi}{4}$

$z_3=2\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)+i\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right)\right]$

III (25pts)

1) គណនាដេរីវេ $y=\sin 2x(\cot 2x-\cot x)$ (5)

យើងបាន

$y=\sin 2x(\cot 2x-\cot x)$

$=\sin 2x\left(\frac{\cos 2x}{\sin 2x}-\frac{\cos x}{\sin x}\right)$ (1)

ប្រធាន ដំណោះស្រាយ

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$y = \sin 2x\left(\dfrac{\sin x\cos 2x - \sin 2x\cos x}{\sin 2x\cdot\sin x}\right)$

$= \dfrac{(\sin 2x\cos x - \sin x\cos 2x)}{\sin x}$ 1pt

$= \dfrac{\sin(2x-x)}{\sin x} = \dfrac{\sin x}{\sin x} = 1$ 1pt

$y = 1 \Rightarrow y' = 0$ 1pt

20 2) សិក្សាភាពជាប់នៃអនុគមន៍

រកលីមីត f ត្រង់ $x = \frac{\pi}{4}$

f មិនជាប់ត្រង់ $x = \frac{\pi}{4}$

ព្រោះ $f(\frac{\pi}{4})$ មិនកំណត់ 2pt

គេបាន $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\frac{1}{\cos^2 x} - 2\,tg\,x}{\cos 2x}$

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{1+tg^2x - 2\,tg\,x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ 2pt

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{(1-tg\,x)^2}{\cos^2 x - \sin^2 x}$ 2pt

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{(1-tg\,x)^2}{\dfrac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x}}$ 2pt

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{(1-tg\,x)^2}{\dfrac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}}}$ 2pt

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{(1-tg\,x)^2}{\dfrac{1-tg^2x}{1+tg^2x}}$ 2pt

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{(1-tg\,x)^2(1+tg^2x)}{(1-tg\,x)(1+tg\,x)}$

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{(1-tg\,x)(1+tg^2x)}{1+tg\,x}$ 2pt

$= \dfrac{(1-tg\frac{\pi}{4})(1+tg^2\frac{\pi}{4})}{1+tg\frac{\pi}{4}}$ 2pt

$= \dfrac{(1-1)(1+1)}{1+1} = \dfrac{0}{2} = 0$ 2pt

ដូចនេះ $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x) = 0 \in \mathbb{R}$

ពេលនោះ g ជាអនុគមន៍បន្លាយតាមភាពជាប់

$\begin{cases} g(x) = f(x) \text{ បើ } x \in [0, \frac{\pi}{2}[\setminus \{\frac{\pi}{4}\} \\ g(\frac{\pi}{4}) = 0 \end{cases}$

នោះអនុគមន៍ g ជាប់ត្រង់ $x = \frac{\pi}{4}$

ដូចនេះ g ជាអនុគមន៍បន្លាយតាមភាពជាប់នៃ f ត្រង់ $x = \frac{\pi}{4}$ ។ 2pt

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

V.N: វិញ្ញាសា 05

II) គណនា $f(t)=\int_0^t \left(4\sin^4 x-\frac{3}{2}\right)dx$ (2.5pt)

យើងមាន $\sin^4 x=(\sin^2 x)^2=\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2$ 1/4pt

$4\sin^4 x-\frac{3}{2}=4\left(\frac{1-2\cos 2x+\cos^2 2x}{4}\right)-\frac{3}{2}$ 1/4pt

$=1-2\cos 2x+\cos^2 2x-\frac{3}{2}$

$=1-2\cos 2x+\frac{1+\cos 4x}{2}-\frac{3}{2}$

$=1-2\cos 2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cos 4x-\frac{3}{2}$ 1/4pt

$=\frac{1}{2}\cos 4x-2\cos 2x$

ដូចនេះ $f(t)=\int_0^t\left(\frac{1}{2}\cos 4x-2\cos 2x\right)dx$ 1/4pt

$=\frac{1}{2}\int_0^t\cos 4x\,dx-2\int_0^t\cos 2x\,dx$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\sin 4x\Big|_0^t-2\cdot\frac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^t$ 1/4pt

$=\frac{1}{8}[\sin 4t-\sin 0]-[\sin 2t-\sin 0]$

$=\frac{1}{8}\sin 4t-\sin 2t$ 2pt

2) ដោះស្រាយសមីការ $f(t)=0$

$\frac{1}{8}\sin 4t-\sin 2t=0$ 1pt

$\frac{2\sin 2t\cos 2t}{8}-\sin 2t=0$ 1pt

$\frac{\sin 2t}{4}(\cos 2t-4)=0$ 1pt

$\sin 2t=0$

$\sin 2t=\sin 0$

$2t=0+2k\pi$ 1pt

$t=0+\frac{2k\pi}{2}$

$t=\frac{k\pi}{2},\ k\in\mathbb{Z}$ 1pt

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា

នៅសិក្សានៅ ស.ស វៀតណាម ក្នុងឆ្នាំ ២០០៣

មណ្ឌលប្រឡង ....

បន្ទប់លេខ ....

តុលេខ ....

ឈ្មោះ ....

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ០៨ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០០៣

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា   រយៈពេលមួយម៉ោង និង៣០នាទី

២៥ ពិន្ទុ   I- (U_n) ជាស្វ៊ីតដែលគ្រប់ចំនួនគត់ធម្មជាតិមិនសូន្យ n

$$U_n = \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{2}{1+\sqrt{2n}} + \cdots + \frac{n}{1+n}$$

ចូរគណនា $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

២៥ ពិន្ទុ   II- គេអោយអនុគមន៍ $y = \dfrac{x^2-(m+1)x+2m+1}{x-3}$ ដែលមានខ្សែកោងតំណាង (Cm) ។ ពិភាក្សាទៅតាមតំលៃនៃ x_0 និង y_0 នូវចំនួនខ្សែកោង (Cm) ដែលកាត់តាមចំនុច $A(x_0 ; y_0)$ ។

២៥ ពិន្ទុ   III- ក- រកគ្រប់គូចំលើយ (x , y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $3xy-6x-4y+5=0$ ។

ខ- គេមានអនុគមន៍ $y = x^4-4x^3+8x-2$

១-គណនា y ជាអនុគមន៍នៃ t ដែល $t = x^2-2x$

២-ចំពោះ $0 \le x \le 3$, ចូររកតំលៃអតិបរមា និង អប្បបរមានៃ y ។

២៥ ពិន្ទុ   IV- ដោះស្រាយសមីការ : $2+\log_2(x+1) > 1-\log_{\frac{1}{2}}(4-x^2)$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

- [illegible] គណិតវិទ្យា [illegible] ឆ្នាំ 2003 - 04

I (25pts) គណនា $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

$$U_n = \frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{2}{1+\sqrt{2n}} + \dots + \frac{n}{1+n} ; n\in\mathbb{N}^*$$

[illegible] k និង n [illegible] $1 \le k \le n$. [illegible]:

$$n \le kn \le n^2 \quad n>0$$

$$\sqrt{n} \le \sqrt{kn} \le n$$

$$1+\sqrt{n} \le 1+\sqrt{kn} \le 1+n$$

$$\frac{1}{1+\sqrt{n}} \ge \frac{1}{1+\sqrt{kn}} \ge \frac{1}{1+n}$$

[illegible]: $\dfrac{1}{1+\sqrt{kn}} \ge \dfrac{1}{1+n}$ (3pts)

$\dfrac{k}{1+\sqrt{kn}} \ge \dfrac{k}{1+n}$ [illegible] (3pts)

បើ $k=1$ [illegible]: $\dfrac{1}{1+\sqrt{n}} \ge \dfrac{1}{1+n}$

បើ $k=2$ [illegible]: $\dfrac{2}{1+\sqrt{2n}} \ge \dfrac{2}{1+n}$

- - - - - - - - -

បើ $k=n$ [illegible]: $\dfrac{n}{1+\sqrt{n^2}} \ge \dfrac{n}{1+n}$ (3pts)

[illegible]

[illegible]:

$$\frac{1}{1+\sqrt{n}} + \frac{2}{1+\sqrt{2n}} + \dots + \frac{n}{1+n} \ge \frac{1+2+\dots+n}{1+n}$$

$$U_n \ge \frac{n(n+1)}{2(n+1)} \quad \text{(3pts)}$$

$$U_n \ge \frac{n}{2}$$

$$\lim_{n\to+\infty} U_n \ge \lim_{n\to+\infty} \frac{n}{2} = +\infty$$

ដូច្នេះ $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty}$

II (25pts) [illegible] (C_m) [illegible] $A(x_0;y_0)$

$A(x_0;y_0)\in(C_m): y = \dfrac{x^2-(m+1)x+2m+1}{x-3}$

[illegible]: $y_0 = \dfrac{x_0^2-(m+1)x_0+2m+1}{x_0-3}$

$y_0(x_0-3) = x_0^2-(m+1)x_0+2m+1$

$y_0(x_0-3) = x_0^2 - mx_0 - x_0 + 2m + 1$

$y_0(x_0-3) - x_0^2 + mx_0 + x_0 - 2m - 1 = 0$

$(x_0-2)m + y_0(x_0-3) - x_0^2 + x_0 - 1 = 0 \quad (1)$

[illegible]:

[illegible] (1) [illegible]

* បើ $x_0-2=0 \Rightarrow x_0=2$ និង $y_0(x_0-3)-x_0^2$ [illegible] A [illegible] $M(x_0=2; y_0=-3)$ [illegible] $\forall m\in\mathbb{R}$ [illegible] (C_m) [illegible] $A(x_0=2; y_0=-3)$

* បើ $x_0-2=0 \Rightarrow x_0=2$ និង $y_0(x_0-3)-x_0^2+1$ [illegible] $x=2$ [illegible] $y_0=-3$ [illegible] (1) [illegible]

$\Rightarrow$ [illegible] (1)

ដូច្នេះ [illegible] (C_m) [illegible]

* បើ $x_0-2\ne 0 \Rightarrow x_0\ne 2$ [illegible] x_0 [illegible] $x=+2$ [illegible] (1) [illegible]: $m = \dfrac{-y_0(x_0-3)+x_0^2-x_0+1}{x_0-2}$

ដូច្នេះ [illegible] (C_m) [illegible] $A(x_0;y_0)$ [illegible] $x_0\ne$

III ក. ការកំណត់គូចំនួនគត់ (x,y) ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ (25pts)

$$3xy - 6x - 4y + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x-4)(y-2) = 3$$

$$\Rightarrow (3x-4, y-2) = (3;1), (1;3), (-3;-1), (-1;-3)$$

$$\Rightarrow (x;y) = \left(\frac{7}{3};3\right), \left(\frac{5}{3};5\right), \left(\frac{1}{3};1\right), (1;-1)$$

3pts

2. ១) គណនា y ជាអនុគមន៍នៃ t ដែល $t = x^2 - 2x$

តាមសមីការ:

$$y = x^4 - 4x^3 + 8x - 2$$

$$= (x^2-2x)^2 - 4x^2 + 8x - 2$$

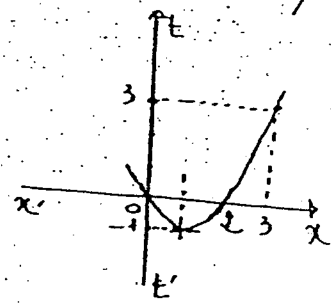
$$= (x^2-2x)^2 - 4(x^2-2x) - 2 \Rightarrow$$

$$\boxed{y = t^2 - 4t - 2}$$

4pts

២) ចំពោះ: $0 \le x \le 3$, រកតម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃ y

តាមអនុគមន៍: $t = x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1$ តាមក្រាប



ដូច្នេះ ចំពោះ: $0 \le x \le 3$

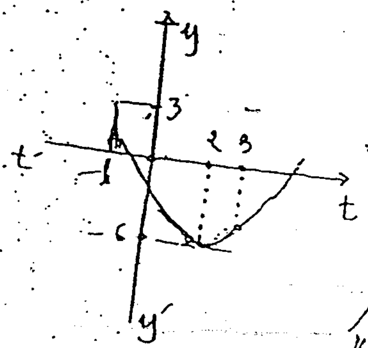
$$\Rightarrow -1 \le t \le 3$$

4pts

VN 03. តាមអនុគមន៍: $y = t^2 - 4t$

$$\Rightarrow y = (t-2)^2 - 6$$

តាមក្រាប



4pts

តាមក្រាប ចំពោះ $-1 \le t \le 3$ តាមក្រាប:

y មានតម្លៃធំបំផុតត្រង់:

$t = -1 \Rightarrow \boxed{\max y = 3}$ 3pts

y មានតម្លៃតូចបំផុតត្រង់:

$t = 2 \Rightarrow \boxed{\min y = -6}$ 3pts

IV ដោះស្រាយវិសមីការ (25pts)

$$2 + \log_2(x+1) > 1 - \log_{1/2}(4-x^2)$$

ដែនកំណត់នៃវិសមីការ

$$\begin{cases} x+1>0 \\ 4-x^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ -2<x<2 \end{cases} \Rightarrow -1<x<2$$

5pts

27

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VN 03

(1): $2+\log_2(x+1) > 1+\log_2(4-x^2)$

$\Leftrightarrow \log_2(4-x^2) - \log_2(x+1) < 1$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{4-x^2}{x+1} < 1$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{4-x^2}{x+1} < \log_2 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{4-x^2}{x+1} < 2$

$\Leftrightarrow \dfrac{-x^2-2x+2}{x+1} < 0 \quad (2)$

x		$-1-\sqrt{3}$		-1		$\sqrt{3}-1$	
$-x^2-2x+2$	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
(2)		0	$-$	‖		0	$-$

សំណុំចម្លើយនៃវិសមីការ (1) គឺ:

$\sqrt{3}-1 < x < 2$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VN 08

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
បន្ទប់លេខ : ....
តុលេខ : ....
ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា
នៅសិក្សានៅសាធារណរដ្ឋសង្គមនិយមវៀតណាម
ក្នុងឆ្នាំសិក្សា ២០០៨-២០០៩

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ១៨ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០០៨
<u>វិញ្ញាសា</u> : <u>គណិតវិទ្យា</u> រយៈពេល១ម៉ោងនិង៣០នាទី

២៥ ពិន្ទុ **I** គេមានអនុគមន៍ $f(x)$ និងចំនួនពិត l ដែល $\lim_{x\to c} f(x) = l$ ។

រកចំនួន $\alpha > 0$ ដោយស្គាល់ចំនួន ε ដែល $|f(x)-l| < \varepsilon$ កាលណា $|x-c| < \alpha$ ។

១) $\lim_{x\to 2}\dfrac{2x^2-8}{x+2} = -8$; $\varepsilon = 0,01$

២) $\lim_{x\to 1}(2x^2+4x-7) = -1$; $\varepsilon = 0,02$

២៥ ពិន្ទុ **II** អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{1+x}{1-x}$

១) រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ចុងនៃដែនកំណត់ ។ ទាញរក សមីការអាស៊ីមតូតរបស់ខ្សែកោង (C) តាង f ។

២) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។

៣) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤) សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) ទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំនុចដែលមានអាប់ស៊ីស $x = 0$ ។ សិក្សាទីតាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបនឹងបន្ទាត់ (T) ។

៥) បង្ហាញថាខ្សែកោង (C) តាង f មានចំណុចរបត់ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។ គូសខ្សែកោង (C) ។

២៥ ពិន្ទុ **III** គណនាអាំងតេក្រាលខាងក្រោម :

១) $\int e^{-x}\sin x\,dx$; ២) $\int\sqrt{2-2\sin x}\,dx$

៣) តំលៃដីនៅតាមខេត្តក្រុងមានការកើនឡើងជារៀងរាល់ឆ្នាំដែលអត្រាកំណើននៃតំលៃដីក្នុងមួយហិចតាជាអនុគមន៍ $V'(x) = \dfrac{0,4x^4}{\sqrt{0,2x^5+8000}}$ (គិតជាម៉ឺនដុល្លា) ក្នុងមួយឆ្នាំ ហើយ x ជាចំនួនឆ្នាំ ។ បើគេដឹងថាតំលៃដីបច្ចុប្បន្ន 90000 ដុល្លាក្នុងមួយហិចតា ចូររកអនុគមន៍តំលៃដីមួយហិចតាក្នុងរយៈពេល 10 ឆ្នាំទៅមុខទៀត ។

២៥ ពិន្ទុ **IV** គេអោយប៉ារ៉ាបូល $y^2+y+4x-\dfrac{15}{4}=0$ ។ ចូររកកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូលនេះ ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្រាកែវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា ប្រឡងសញ្ញាបត្រ ... ឆ្នាំ 2008

I (5pts) រកចំនួន $\alpha > 0$

1) (8pts) $\lim_{x\to -2} \frac{2x^2-8}{x+2} = -8$; $\varepsilon = 0{,}01$

$\left|\frac{2x^2-8}{x+2}+8\right| < 0{,}01$ — 2pts

$\left|\frac{2(x+2)(x-2)}{x+2}+8\right| < 0{,}01$ — 2pts

$|2x-4+8| < 0{,}01$

$|2x+4| < 0{,}01$

$2|x+2| < 0{,}01$ — 2pts

$|x+2| < 0{,}005$

ដូចនេះ $\boxed{\alpha = 0{,}005}$ — 2pts

2) (1pts) $\lim_{x\to 1}(2x^2+4x-7) = -1$; $\varepsilon = 0{,}02$

$|2x^2+4x-7+1| < 0{,}02$ — 1pt

$|2x^2+4x-6| < 0{,}02$ — 1pt

$|2(x^2+2x-3)| < 0{,}02$

$|2(x^2-2x+1+4x-4)| < 0{,}02$ — 1pt

$|2[(x-1)^2+4(x-1)]| < 0{,}02$

$|2(x-1)^2+8(x-1)| < 0{,}02 \quad (1)$ — 2pts

ដោយ $|2(x-1)^2+8(x-1)| \le 2|x-1|^2+8|x-1|$

តាម (1) គេទាញបាន: — 2pts

$2|x-1|^2+8|x-1| < 0{,}02$ — 2pts

$2|x-1|^2+8|x-1|-0{,}02 < 0$ — 1pt

$\Delta' = 16+0{,}04 = 16{,}04$ — 2pts

$|x-1| = \frac{-4\pm\sqrt{16{,}04}}{2}$

$= \frac{-4\pm 2\sqrt{4{,}01}}{2}$ — 2pts

$= -2+\sqrt{4{,}01}$ ព្រោះ $|x-1|>0$

$\lvert x-1\rvert$	0		$-2+\sqrt{4{,}01}$	
$2\lvert x-1\rvert^2+8\lvert x-1\rvert-0{,}02$		−	0	+

2pts

$|x-1| < -2+\sqrt{4{,}01}$

ដូចនេះ $\boxed{\alpha = -2+\sqrt{4{,}01}}$ — 2pts

II (25pts)

1) (7pts) រកដែនកំណត់នៃ f

$f(x) = \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x}$ មានន័យកាលណា

$\frac{1+x}{1-x} > 0 \Leftrightarrow x \in]-1;1[$ — 1

ដូចនេះដែនកំណត់នៃ f គឺ $\boxed{D =]-1;1[}$ — 1

គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ចុងដែនកំណត់

$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+}\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} = \boxed{-\infty}$ — 1

ព្រោះ $x\to -1^+ \Rightarrow \frac{1+x}{1-x}\to 0^+$

$\ln\frac{1+x}{1-x}\to -\infty$ — 1pt

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} = \boxed{+\infty}$ — 1pt

ព្រោះ $x\to 1^- \Rightarrow \frac{1+x}{1-x}\to +\infty$

$\ln\frac{1+x}{1-x}\to +\infty$ — 1pt

VN.08

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

- ចំពោះអាស៊ីមតូតឈររបស់ (C)

ដោយ $\lim_{x\to -1^+} f(x) = -\infty$ និង $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$

នោះ បន្ទាត់ $x=-1$ និង $x=1$ ជា អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) នៃ f) 1pt

2) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ (2pts)

$$f'(x) = \frac{1}{2}\times\frac{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)'}{\frac{1+x}{1-x}}$$) 1pt

$$= \frac{1}{2}\times\frac{1(1-x)-(-1)(1+x)}{(1-x)^2}\times\frac{1-x}{1+x}$$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{2}{(1-x)(1+x)}$$ 1pt

$$\boxed{f'(x) = \frac{1}{1-x^2}}$$) 1pt

- សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$

$f'(x) = \frac{1}{1-x^2} > 0\ ;\ \forall x\in\,]-1;1[$) 1pt

3) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f

x	-1		1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

) 2pt

4) សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) (2pts)

(T) ប៉ះ (C) ត្រង់ $x=0$ ។ (T) មានសមីការ

$$y = f'(0)(x-0)+f(0)$$

$$= \frac{1}{1-0^2}x + \frac{1}{2}\ln\frac{1+0}{1-0}$$

$$\boxed{y = x}$$) 1pt

សិក្សាទីតាំង (C) ធៀបនឹង (T)

$$d(x) = f(x) - y$$

$$= \frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} - x$$) 1pt

$$d'(x) = \frac{1}{1-x^2} - 1 = \frac{x^2}{1-x^2}$$

x	-1		0		1
$d'(x)$		$+$	0	$+$	
$d(x)$		↗	0	↗	

) 1pt

• $d(x) < 0\ ;\ \forall x\in\,]-1;0[\Rightarrow$ លើចន្លោះ $]-1;0[$, (C) ស្ថិតនៅក្រោម (T)) 1pt

• $d(x) > 0\ ;\ \forall x\in\,]0;1[\Rightarrow$ លើចន្លោះ $]0;1[$, (C) ស្ថិតនៅលើ (T)) 1pt

• (C) កាត់ (T) ត្រង់ $x=0$ ។) 1pt

5) បង្ហាញថា (C) មាន $O(0;0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ (6pts)

$\forall x\in\,]-1;1[$ នោះគេបាន $-x\in\,]-1;1[$) 1pt

ហើយ $f(-x) = \frac{1}{2}\ln\frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{-1}$

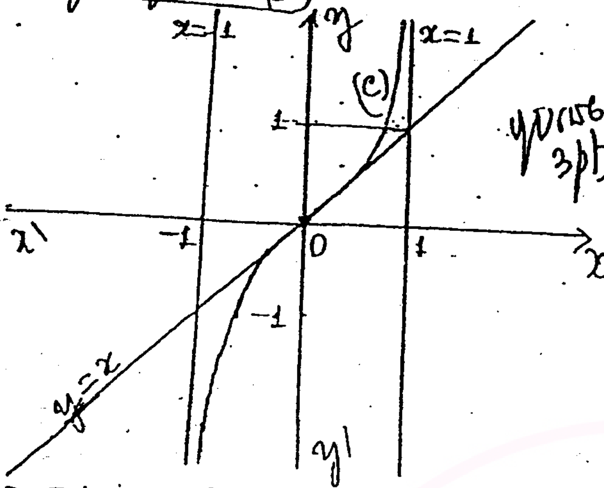
$$= -\frac{1}{2}\ln\frac{1+x}{1-x} = -f(x)$$) 1pt

f ជាអនុគមន៍សេស ។ ដូច្នេះ ខ្សែកោង (C) តាង f មានចំណុច $O(0;0)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះ ។) 1pt

VN 08

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រាបតំណាង (C)



ឬឬប្រេង 3pts

III គណនាអាំងតេក្រាល

1) $\int e^{-x}\sin x\,dx$ (9pts)

តាង $I=\int e^{-x}\sin x\,dx$

$= -e^{-x}\sin x-\int -e^{-x}\cos x\,dx$) 2pt

$= -e^{-x}\sin x-e^{-x}\cos x-\int e^{-x}(-\sin x)\,dx$) 2pt

$= -e^{-x}\sin x-e^{-x}\cos x-\int e^{-x}\sin x\,dx$) 2pt

គេបាន $2I=-e^{-x}\sin x-e^{-x}\cos x$) 2pt

$I=-\frac{1}{2}e^{-x}(\sin x+\cos x)+c$, c ថេរ) 1pt

2) (9 pts) $\int\sqrt{2-2\sin x}=\int\sqrt{2}\sqrt{1-\sin x}\,dx$) 2pt

$=\sqrt{2}\int\sqrt{\cos^2\frac{x}{2}+\sin^2\frac{x}{2}-2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}\,dx$) 2pts

$=\sqrt{2}\int\sqrt{\left(\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right)^2}\,dx$) 2pts

$=\sqrt{2}\int\left|\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}\right|dx$) 1 pts

$=\sqrt{2}\left|2\sin\frac{x}{2}+2\cos\frac{x}{2}\right|+c$) 1 pts

$=2\sqrt{2}\left|\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right|+c$) 1 pts

ដូច្នេះ $\int\sqrt{2-2\sin x}=2\sqrt{2}\left|\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right|+c$, c ថេរ

3) (7pts) រកតម្លៃនៃដីមួយហិកតា រយៈពេល 10 ឆ្នាំទៀត

យើងមានអត្រាកំណើនរបស់តំលៃដីក្នុងមួយហិកតា គឺ $V'(x)=\frac{0,4x^4}{\sqrt{0,2x^5+8000}}$ ដុល្លារក្នុងមួយឆ្នាំ

តំលៃដីក្នុងមួយហិកតាក្នុងមួយឆ្នាំ

$V(x)=\int\frac{0,4x^4}{\sqrt{0,2x^5+8000}}dx=0,8\sqrt{0,2x^5+8000}+k$

ដោយតំលៃដីបច្ចុប្បន្ន 90000 ដុល្លារក្នុង 1 ហិកតា នោះតំលៃដីក្នុង 1 ហិកតារយៈពេល x ឆ្នាំទៀតគឺ $0,8\sqrt{0,2x^5+8000}+90000$

ដូច្នេះតំលៃដីក្នុង 1 ហិកតារយៈពេល 10 ឆ្នាំទៀតគឺ $0,8\sqrt{0,2\times10^5+8000}+90000$

$=133,864+90000$

$=90133,864\$$) 1pt

IV រកកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (25pts)

$y^2+y+4x-\frac{15}{4}=0$ សមមូល $\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=-4(x-1)$) 5pts

ផ្ទឹមនឹង $(y-k)^2=4p(x-h)$ គេបាន

$h=1$, $k=-\frac{1}{2}$, $p=-1$) 5pts

កំពូល $(h;k)=\left(1;-\frac{1}{2}\right)$) 5pts

កំណុំ $(h+p;k)=\left(0;-\frac{1}{2}\right)$) 5pts

បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x=h-p=2$) 5pts

P.P. 19-07-08

ប្រធាន 19/7/08 VN 08

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

[illegible]

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា

នៅសិក្សានៅសហព័ន្ធរុស្ស៊ីក្នុងឆ្នាំសិក្សា ២០០៩-២០១០

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ២៨ ខែ ឧសភា ឆ្នាំ ២០០៨

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា រយៈពេល១ម៉ោងនិង៣០នាទី

២៥ ពិន្ទុ **I**

១- គណនា $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{2\sin^2 x-1}{4x-\pi}$

២- រកអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោងតាងអនុគមន៍ $f(x)=\sqrt{9x^2+6x+5}$

២៥ ពិន្ទុ **II** រកកំពូល កំណុំ អ័ក្សឆ្លុះ បន្ទាត់ប្រាប់ទិស រួចសង់ខ្សែកោងតាង $y^2+y-2x+\dfrac{41}{4}=0$

២៥ ពិន្ទុ **III** គេដាក់ឃ្លីពណ៌ក្រហម 5 និងឃ្លីពណ៌ខៀវ 15 ចូលក្នុងប្រអប់មួយ ។ ឃ្លីបីត្រូវយកចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាប

ក- ឃ្លីទាំងបីសុទ្ធតែពណ៌ក្រហម

ខ- ឃ្លីពីរគត់ពណ៌ក្រហម

គ- យ៉ាងតិចឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម

២៥ ពិន្ទុ **IV** គេឱ្យអនុគមន៍ $g(x)=x^3-x-2\ln x+1$ កំណត់លើ $]0,+\infty[$

១- បង្ហាញថា $g'(x)=\dfrac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

២- សិក្សាអថេរភាពនៃ g រួចកំណត់សញ្ញានៃ $g(x)$ (មិនបាច់រកលីមីតត្រង់ 0 និង $+\infty$)

៣- f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $]0,+\infty[$ ដោយ $f(x)=x+\dfrac{1}{x}+\dfrac{\ln x}{x^2}$

ក- គណនាលីមីតនៃ f ត្រង់ 0 និង $+\infty$

ខ- បង្ហាញថា $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^3}$ រួចគូរតារាងអថេរភាពនៃ f

គ- រកអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (c) តាង f

ឃ- សង់ខ្សែកោង (c) ក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ $(0,\vec{i},\vec{j})$ គេឱ្យ $\ln 2=0,7$

www.pisethsok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដំណោះស្រាយវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា
ប្រឡងជ្រើសរើសសិស្សនិស្សិតចូលរៀនគរុកោសល្យ
ទៅសិក្សានៅសាលាគរុកោសល្យ ឆ្នាំសិក្សា 2009-2010

I. (10) គណនា $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2\sin^2 x-1}{4x-\pi}$

2 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2\sin^2 x-1}{4x-\pi} = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2(\sin^2 x-\frac{1}{2})}{4x-\pi}$

2 $= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2(\sin x-\frac{\sqrt2}{2})(\sin x+\frac{\sqrt2}{2})}{4x-\pi}$

2 $= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2(\sin x-\sin\frac{\pi}{4})(\sin x+\frac{\sqrt2}{2})}{4(x-\frac{\pi}{4})}$

2 $= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2\cdot 2\sin\frac{x-\frac{\pi}{4}}{2}\cos\frac{x+\frac{\pi}{4}}{2}(\sin x+\frac{\sqrt2}{2})}{4\frac{(x-\frac{\pi}{4})}{2}\times 2}$

$= \dfrac{1\times\cos\frac{\pi}{4}(\sin\frac{\pi}{4}+\frac{\sqrt2}{2})}{2} = \dfrac{\frac{\sqrt2}{2}(\frac{\sqrt2}{2}+\frac{\sqrt2}{2})}{2} = \dfrac{1}{2}$

2 $\boxed{\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{2\sin^2 x-1}{4x-\pi} = \dfrac{1}{2}}$

II (25) កំពូល, កំនុំ, អ័ក្សឆ្លុះ, បន្ទាត់ប្រាប់ទិស

$y^2+y-2x+\frac{41}{4}=0$

5 $\Leftrightarrow y^2+2y\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4} = 2x-\frac{41}{4}$

$\Leftrightarrow (y+\frac{1}{2})^2 = 2x-10$

$\Leftrightarrow (y+\frac{1}{2})^2 = 2(x-5)$ ទម្រង់

$(y-k)^2 = 4p(x-h)$ ដោយ

$h=5,\ k=-\frac{1}{2};\ 4p=2 \Rightarrow p=\frac{1}{2}$

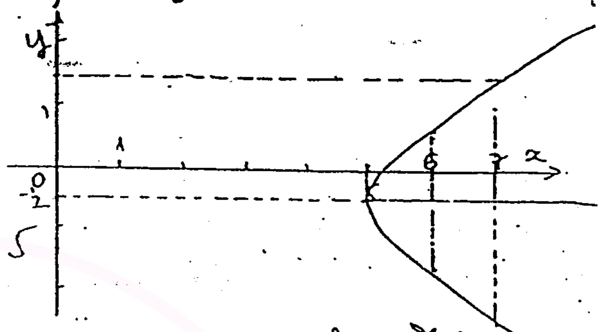
2 កំពូល $S(h,k) \equiv S(5,-\frac{1}{2})$

2 កំនុំ $F(h+p,k) \equiv F(\frac{11}{2},-\frac{1}{2})$

2 បន្ទាត់ប្រាប់ទិស $x=h-p=\frac{9}{2}$

2 អ័ក្សឆ្លុះ $y=-\frac{1}{2}$

x	5	6	7
y	$-\frac{1}{2}$	$\pm\sqrt2-\frac{1}{2}$	$\pm2-\frac{1}{2}$



5

III ក. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A: ឃ្លីទាំង 3 ក្រហម

3 ចំនួនករណីស្រប: $C(5,3)=\dfrac{5!}{3!2!}$

$=\dfrac{5.4.3!}{3!2}=5.2$

3 ចំនួនករណីអាច: $C(20,3)=\dfrac{20!}{3!17!}$

$=\dfrac{20.19.18.17!}{3.2.17!}=20.19.3$

4 ដូច្នេះ: $P(A)=\dfrac{5.2}{20.19.3}=\boxed{\dfrac{1}{114}=0{,}0088}$

ខ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B, ឃ្លីពីរគត់ពណ៌ក្រហម

ចំនួនករណីស្រប: $C(5,2)\times C(15,1)$

4 $=\dfrac{5!}{2!3!}\times15=\dfrac{5.4}{2}\times15=5.2.15$

4 ដូច្នេះ: $P(B)=\dfrac{5.2.15}{20.19.3}=\boxed{\dfrac{5}{38}=0{,}1316}$

គ. ប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C: យ៉ាងតិចឃ្លីពីរពណ៌ក្រហម

7 $P(C)=P(A)+P(B)$

$=\dfrac{1}{114}+\dfrac{5}{38}=\dfrac{1+15}{114}=\dfrac{16}{114}=\dfrac{8}{57}$

$\boxed{P(C)=\dfrac{8}{57}=0{,}1404}$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

IV 1. បង្ហាញថា $g'(x)=\frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$

$g(x)=x^3-x-2\ln x+1$

$g'(x)=3x^2-1-2\frac{1}{x}$

$g'(x)=\frac{3x^3-x-2}{x}$

$$\boxed{g'(x)=\frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}}$$

2. សិក្សាអថេរភាពនៃ g រួចគណនាតម្លៃអប្បបរមានៃ g

$3x^2+3x+2$ មាន $\Delta=9-24<0$

នាំឲ្យ $3x^2+3x+2>0$ ចំពោះ $\forall x\in]0,+\infty[$

ដូចនេះ $g'(x)$ យកសញ្ញាតាម $x-1$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$g(x)$	‖	↘	1	↗	

g មានអប្បបរមាធៀបត្រង់ $x=1$ ហើយ

$g(1)=1-1-2\ln 1+1=1$

តាមតារាងអថេរភាពយើងបាន $g(x)>0$,

ចំពោះ $\forall x\in]0,+\infty[$

3. ក. គណនាលីមីត

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\left(x+\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x^2}\right)$$

$$=\lim_{x\to0^+}\left[x+\frac{1}{x}\left(1+\frac{\ln x}{x}\right)\right]=-\infty$$

ព្រោះ $\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{x}=-\infty$; $\lim_{x\to0^+}\frac{1}{x}=+\infty$

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x^2}\right)$$

$=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$

ខ. បង្ហាញថា $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}+\frac{(\ln x)'x^2-(\ln x)(x^2)'}{x^4}$$

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}+\frac{\frac{1}{x}\cdot x^2-2x\ln x}{x\cdot x^3}$$

$$f'(x)=\frac{x^3-x-2\ln x+1}{x^3}=\frac{g(x)}{x^3}$$

ដោយ $g(x)>0$ នាំឲ្យ $f'(x)>0$ ចំពោះ $\forall x>0$

f ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ច ហើយតារាងអថេរភាព

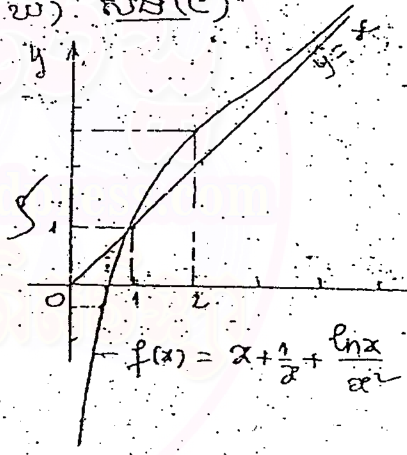
x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

គ. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C)

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x^2}\right)=0$ នោះបន្ទាត់ (D)

$y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតខាង $+\infty$

ឃ). សង់ (C)



x	$\frac{1}{2}$	2
y	$-0,3$	$2,7$

29-05-2009

21/05/2009

31

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

I

(15) 2. រកអាស៊ីមតូតទ្រេតរបស់ខ្សែកោងតាង $f(x)=\sqrt{9x^2+6x+5}$

2 $a=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{9x^2+6x+5}}{x}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2(9+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2})}}{x}$

3 $a=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{|x|\sqrt{9+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}}{x}$ ⟶ 3 បើ $x\to+\infty$; -3 បើ $x\to-\infty$

បើ $x\to+\infty$

2 $b=\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-ax)=\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{9x^2+6x+5}-3x)$

3 $=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{9x^2+6x+5-9x^2}{x\sqrt{9+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}+3x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x(6+\frac{5}{x})}{x(\sqrt{9+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}+3)}=1$

អាស៊ីមតូតទ្រេតខាង $+\infty$ គឺ $y=ax+b=3x+1$

បើ $x\to-\infty$ នោះ $a=-3$

2 $b=\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-ax)=\lim\limits_{x\to-\infty}(\sqrt{9x^2+6x+5}+3x)$

3 $b=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{9x^2+6x+5-9x^2}{-x\sqrt{9+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}-3x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x(6+\frac{5}{x})}{-x(\sqrt{9+\frac{6}{x}+\frac{5}{x^2}}+3)}=-1$

អាស៊ីមតូតទ្រេតខាង $-\infty$ គឺ $y=ax+b$

$y=-3x-1$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

វិ. បភា. 05 ដ

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : ....

បន្ទប់លេខ : ....

តុលេខ : ....

ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ បរិញ្ញាបត្រវិទ្យាសាស្ត្រ នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន ក្នុងឆ្នាំ ២០០៦

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ១៧ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៥

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា " រយៈពេល ១ម៉ោង និង៣០នាទី "

(២០ ពិន្ទុ) I- ស្វ៊ីត $\{a_n\}$ កំណត់ដោយទំនាក់ទំនងកំណើន

$a_1 = 1$; $a_{n+1} = 3a_n + 2$ ចំពោះ $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ ។

រកតួទូទៅនៃស្វ៊ីត $\{a_n\}$ ។

(២០ ពិន្ទុ) II- គណនាអាំងតេក្រាលមិនកំណត់ខាងក្រោម :

$$I = \int x\sqrt{1+x}\,dx$$

(២០ ពិន្ទុ) III- ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការដោយពិភាក្សាទៅតាមតំលៃនៃ a ។

$$\begin{cases} e^{2x}e^{2y} = a \\ xy = 1 \end{cases}$$

(២០ ពិន្ទុ) IV- បង្ហាញថា $\cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2}$

(២០ ពិន្ទុ) V- សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $Z = 1 + \cos\alpha + i\sin\alpha$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

32

www.pisethsok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

វិ.បគ.05

គណិតវិទ្យា ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិត (1)

អាហារូបករណ៍ ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រ វិទ្យាស្ថាន ទៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន ឆ្នាំ២០០៦

I – រកតួទូទៅនៃស្វ៊ីត $\{a_n\}$.

ដោយប្រើសមីការ $t = 3t+2$ យើងគេបានឫស $t = -1$ ។) 5

ដូច្នេះ ទំនាក់ទំនងកំណើន $a_{n+1} = 3a_n + 2$ អាចសរសេរ

$$a_{n+1} + 1 = 3(a_n + 1)$$) 5 ពិន្ទុ

បើយើងយក $b_n = a_n + 1$, នោះគេបាន $b_{n+1} = 3b_n$

ដូច្នេះ $\{b_n\}$ ជាស្វ៊ីតធរណីមាត្រ ដែលមានផលធៀបរួមស្មើ 3 និងតួទី1 $b_1 = a_1 + 1 = 1 + 1 = 2$ ។

ដូច្នេះ $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$) 8 ពិន្ទុ

គេបាន $a_n + 1 = 2 \cdot 3^{n-1} \Rightarrow a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - 1$ 2 ពិន្ទុ

II - គណនាអាំងតេក្រាល: $I = \int x\sqrt{1+x}\,dx$

តាង $t = \sqrt{1+x} \Rightarrow t^2 = 1 + x \Rightarrow 2t\,dt = dx$

$t^2 = 1 + x \Rightarrow x = t^2 - 1$.) 5 ពិន្ទុ

គេបាន: $I = \int (t^2-1)\,t \times 2t\,dt = 2\int t^2(t^2-1)\,dt$

$I = 2\int (t^4 - t^2)\,dt = 2\left[\int t^4 dt - \int t^2 dt\right]$) 5 ពិន្ទុ

$I = 2\left[\frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3}\right] + c = \frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{5}t^3 + c$) 5 ពិន្ទុ

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដ.ប.គ. 05

$$I=\frac{2}{5}\sqrt{1+x}^{5}-\frac{2}{3}\sqrt{1+x}^{3}+C=\frac{2}{5}(1+x)^{2}\sqrt{1+x}-\frac{2}{3}(1+x)\sqrt{1+x}+C$$

$$I=\frac{2}{15}(1+x)\sqrt{1+x}\left[3(x+1)-5\right]+C=\frac{2}{15}(1+x)\sqrt{1+x}\,(3x-2)+C$$

ដូចនេះ: $I=\frac{2}{15}(x+1)(3x-2)\sqrt{1+x}+C$ (C ជាចំនួនថេរ) — 5 ពិន្ទុ

III ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ និងពិភាក្សាទៅតាមតម្លៃនៃ a

$$\begin{cases} e^{2x}e^{2y}=a \\ xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{2(x+y)}=a \\ xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y)=a \\ xy=1 \end{cases}$$ — 4 ពិន្ទុ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=\frac{1}{2}\ln a \\ xy=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-x\ln a+2=0 \\ a>0 \end{cases}$$ — 4 ពិន្ទុ

$\Delta=\ln^2 a-16$ ចំពោះ $a=e^{-4}$; $a=e^{4}$

a	0		e^{-4}		e^{4}	
Δ		$+$	0	$-$	0	$+$

— 4 ពិន្ទុ

ពិភាក្សា:

- បើ $a\in\,]e^{-4};e^{4}[$, $\Delta<0 \Rightarrow$ ប្រព័ន្ធគ្មានចម្លើយ
- បើ $a\in\,]0;e^{-4}]\cup[e^{4};+\infty[$ ប្រព័ន្ធមានចម្លើយ — 4 ពិន្ទុ

$$x=\frac{\ln a+\sqrt{\ln^2 a-16}}{4}\ ;\ y=\frac{\ln a-\sqrt{\ln^2 a-16}}{4}$$

ឬ

$$x=\frac{\ln a-\sqrt{\ln^2 a-16}}{4}\ ;\ y=\frac{\ln a+\sqrt{\ln^2 a-16}}{4}$$ — 4 ពិន្ទុ

33

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ជ.ប-គ.05 (3)

IV. បង្ហាញថា $\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{1}{2}$

តាមរូបមន្ត $\cos p-\cos q=-2\sin\frac{p+q}{2}\cdot\sin\frac{p-q}{2}$ គេបាន:

$$\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}=-2\sin\left(\frac{\frac{\pi}{5}+\frac{2\pi}{5}}{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\frac{\pi}{5}-\frac{2\pi}{5}}{2}\right)$$

$$\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{6}=-2\sin\frac{3\pi}{10}\cdot\sin\left(-\frac{\pi}{10}\right)$$

$$\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}=2\sin\frac{3\pi}{10}\cdot\sin\frac{\pi}{10}$$

5 ពិន្ទុ

តាមរូបមន្ត $\sin 2a=2\sin a\cos a \Rightarrow \sin a=\frac{\sin 2a}{2\cos a}$ គេបាន:

$$\sin\frac{\pi}{10}=\frac{\sin 2\left(\frac{\pi}{10}\right)}{2\cos\frac{\pi}{10}}=\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{2\cos\frac{\pi}{10}}$$

$$\sin\frac{3\pi}{10}=\frac{\sin 2\left(\frac{3\pi}{10}\right)}{2\cos\frac{3\pi}{10}}=\frac{\sin\frac{3\pi}{5}}{2\cos\frac{3\pi}{10}}$$

5 ពិន្ទុ

គេបាន: $\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}=2\,\frac{\sin\frac{3\pi}{5}}{2\cos\frac{3\pi}{10}}\times\frac{\sin\frac{\pi}{5}}{2\cos\frac{\pi}{10}}=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3\pi}{5}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{5}\right)}{2\cos\frac{3\pi}{10}\cos\frac{\pi}{10}}$

$$=\frac{\cos\left(-\frac{\pi}{10}\right)\times\cos\frac{3\pi}{10}}{2\cos\frac{3\pi}{10}\cdot\cos\frac{\pi}{10}}=\frac{\cos\frac{\pi}{10}}{2\cos\frac{\pi}{10}}=\frac{1}{2}$$

5 ពិន្ទុ

ដូចនេះ គេបាន: $\cos\frac{\pi}{5}-\cos\frac{2\pi}{5}=\frac{1}{2}$

១ ពិន្ទុ

V. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $Z=1+\cos\alpha+i\sin\alpha$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ:

$$Z=1+\cos\alpha+i\sin\alpha=1+\cos 2\left(\frac{\alpha}{2}\right)+i\sin 2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$=2\cos^2\frac{\alpha}{2}+i\,2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$Z=2\cos\frac{\alpha}{2}\left[\cos\frac{\alpha}{2}+i\sin\frac{\alpha}{2}\right]$$

10 ពិន្ទុ

- បើ $\cos\frac{\alpha}{2}>0$ គេបាន: $Z=2\cos\frac{\alpha}{2}\left[\cos\frac{\alpha}{2}+i\sin\frac{\alpha}{2}\right]$ 3 ពិន្ទុ
- បើ $\cos\frac{\alpha}{2}<0$ គេបាន: $Z=-2\cos\frac{\alpha}{2}\left[-\left(\cos\frac{\alpha}{2}+i\sin\frac{\alpha}{2}\right)\right]$

$$Z=-2\cos\frac{\alpha}{2}\left[-\cos\frac{\alpha}{2}-i\sin\frac{\alpha}{2}\right]$$

$$Z=-2\cos\frac{\alpha}{2}\left[\cos\left(\pi+\frac{\alpha}{2}\right)+i\sin\left(\pi+\frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

7 ពិន្ទុ

សរុប 20/06/05

ស. រៀមមិន

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

មណ្ឌលប្រលង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : 39

តុលេខ : 853

ឈ្មោះ :

ការប្រលងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍

អោយទៅសិក្សានៅប្រទេសចិន

ឆ្នាំ ២០០១

ថ្នាក់ : មធ្យមសិក្សាបច្ចេកទេស

សម័យប្រលង : ថ្ងៃទី ០២ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០០១

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា   រយៈពេល ២ម៉ោង

១០ ពិន្ទុ I/ ដោះស្រាយសមីការ :

$$4^{-\frac{1}{x}}-6^{-\frac{1}{x}}=9^{-\frac{1}{x}}$$

១០ ពិន្ទុ II/ គណនាអាំងតេក្រាល : $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{3-\cos^4 x}}\,dx$

១០ ពិន្ទុ III/ ចូររកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច (2 ; 3) និង (5 , 7)

១៥ ពិន្ទុ IV/ រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ $y=\lg(\cos(\operatorname{tg} x))$

២៥ ពិន្ទុ V/ ក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ គេអោយអនុគមន៍ : $y=\frac{x^2-3x+1}{x-1}$ និងបន្ទាត់ (D) : $y=-x+m$ ។ កំនត់តំលៃ m ដើម្បីអោយបន្ទាត់ (D) កាត់ខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍នេះបានពីរចំនុច M និង N ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ពុះទី១ $y=x$ ។

៣០ ពិន្ទុ VI/ គេអោយអនុគមន៍ : $y=\frac{x^2+px+q}{x^2+1}$

១- បើខ្សែកោង (C) កាត់អ័ក្ស $\overrightarrow{x'x}$ ត្រង់ $x=a$ បង្ហាញថាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោង (C) ត្រង់ $x=a$ គឺ $k=\frac{2a+p}{a^2+1}$

២- រកលក្ខខ័ណ្ឌនៃ p និង q ដើម្បីអោយ (C) កាត់អ័ក្ស $\overrightarrow{x'x}$ បានពីរចំនុចផ្សេងគ្នា ហើយបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងខ្សែកោងត្រង់ចំនុចទាំងពីរនោះកែងគ្នា ?

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

7

អត្រាកំណែភាគណិតវិទ្យា
ថ្នាក់ទី១២ប្រភេទសិក្សា

01
3·4·01

I (10pt) ដោះស្រាយសមីការ $4^{-\frac{1}{x}} - 6^{-\frac{1}{x}} = 9^{-\frac{1}{x}}$

$D = \mathbb{R} - \{0\}$

ចែកអង្គទាំងពីរនឹង $9^{-\frac{1}{x}}$ យើងបាន $\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{x}} - \left(\frac{6}{9}\right)^{-\frac{1}{x}} = 1$

3pt $\Leftrightarrow \left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{x}}\right]^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{x}} - 1 = 0$ តាង $t = \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{x}} > 0$ យើងបាន

2pt $\begin{cases} t^2 - t - 1 = 0 \\ \Delta = 1 + 4 = 5 \\ t_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0 \text{ មិនយក}, \quad t_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{1}{x}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ 2pt

2pt $\Leftrightarrow -\frac{1}{x} = \log_{\frac{2}{3}} \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{\log_{\frac{2}{3}} \frac{1+\sqrt{5}}{2}} = -\log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{2}{3} = \log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{3}{2}$

3pt $\boxed{x = \log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \frac{3}{2} \quad \text{ឬ} \quad x = \log_{\frac{\sqrt{5}-1}{2}} \frac{2}{3}}$

II (10pt) គណនា $I = \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{3 - \cos^4 x}}\, dx$

4pt តាង $u = \cos^2 x \rightarrow u' = -2\cos x \sin x \rightarrow du = -\sin 2x\, dx$

3pt $I = \int \frac{-du}{\sqrt{3-u^2}} = -\int \frac{du}{\sqrt{3-u^2}} = -\arcsin \frac{u}{\sqrt{3}} + C$

3pt $\boxed{I = -\arcsin \frac{\cos^2 x}{\sqrt{3}} + C}$

III (10pt) រកសមីការបន្ទាត់ដែលកាត់តាមចំណុច $(2;3), (5;7)$

សមីការបន្ទាត់មានរាង:

5pt $\frac{y - y_A}{x - x_A} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Leftrightarrow \frac{y-3}{x-2} = \frac{7-3}{5-2} \Rightarrow y - 3 = \frac{4}{3}(x-2)$

5pt $\boxed{y = \frac{4x}{3} + \frac{1}{3}}$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

IV. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = \lg(\cos(\lg x))$ (1.5pt)

y មានន័យកាលណា $\begin{cases} x>0 \\ \cos(\lg x)>0 \end{cases}$ (.5pt)

$\cos(\lg x)>0 \Leftrightarrow -\frac{\pi}{2}+2k\pi < \lg x < \frac{\pi}{2}+2k\pi \quad , k\in\mathbb{Z}$ (.5pt)

$\Leftrightarrow \lg 10^{-\frac{\pi}{2}+2k\pi} < \lg x < \lg 10^{\frac{\pi}{2}+2k\pi}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 10^{-\frac{\pi}{2}+2k\pi} < x < 10^{\frac{\pi}{2}+2k\pi} \\ x>0 \end{cases}$

ដូចនេះ ដែនកំណត់របស់អនុគមន៍នេះ (.5pt)

គឺ $D = \left]10^{-\frac{\pi}{2}+2k\pi}, 10^{\frac{\pi}{2}+2k\pi}\right[\quad , k\in\mathbb{Z}$

V. (3pt)

កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឲ្យខ្សែកោងកាត់បន្ទាត់ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ $y=$

អាប់ស៊ីសចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងបន្ទាត់ (D): $y=-x+m$ (.5pt)

សមីការ $\frac{x^2-3x+1}{x-1} = -x+m \Leftrightarrow x^2-3x+1 = -x^2+mx+x-m$

$\Leftrightarrow 2x^2-4x-mx+m+1=0 \Leftrightarrow 2x^2-(4+m)x+m+1=0 \quad (1)$

បន្ទាត់ (D) កាត់ខ្សែកោង (C) ត្រង់ពីរចំណុចផ្សេងគ្នា កាលណា សមីការ (1) មានឫសពីរផ្សេងគ្នា (.5pt)

គឺ $\Delta>0 \Leftrightarrow (4+m)^2-8(m+1)>0$

$\Leftrightarrow 16+8m+m^2-8m-8>0 \Leftrightarrow m^2+8>0$, ពិតជានិច្ច $\forall m\in\mathbb{R}$

តាង x_1, x_2 ជាឫសរបស់សមីការ (1) យើងបាន

$N(x_1;y_1)$, $M(x_2;y_2)$ ដែល $y_1=-x_1+m$; $y_2=-x_2+m$

ចំណុច M និង N ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់ទី១កាលណា

$\begin{cases} x_1=y_2 \\ x_2=y_1 \end{cases} \Leftrightarrow + \begin{array}{l} x_1=-x_2+m \\ x_2=-x_1+m \end{array}$ (.5pt)

$x_1+x_2=-(x_1+x_2)+2m$

$\Leftrightarrow 2(x_1+x_2)=2m$ តែ $x_1+x_2=\frac{4+m}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{4+m}{2}=m \Leftrightarrow \boxed{m=4}$ (.5pt)

35

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

បង្ហាញថា មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះគឺ $k=\frac{2a+p}{a^2+1}$

ដោយខ្សែកោង (c) កាត់អ័ក្ស $x'x$ ត្រង់ $x=a \to x=a$ ជាឫសនៃ

សមីការ $\frac{x^2+px+q}{x^2+1}=0 \Leftrightarrow a^2+ap+q=0$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $x=a$ គឺ $f'(a)$

$$f'(x)=\frac{(2x+p)(x^2+1)-(x^2+px+q)2x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(a)=\frac{(2a+p)(a^2+1)-(a^2+ap+q)2a}{(a^2+1)^2}=\frac{(2a+p)(a^2+1)}{(a^2+1)^2}$$

(ព្រោះ $a^2+ap+q=0$)

យើងបាន $\boxed{k=\frac{2a+p}{a^2+1}}$

2. រកលក្ខខណ្ឌ p និង q ដើម្បីឲ្យខ្សែកោង (c) កាត់អ័ក្ស $x'x$ បានពីរចំណុច ហើយបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំណុចទាំងពីរកែងគ្នា

ខ្សែកោង (c) កាត់អ័ក្ស $x'x$ បានពីរចំណុចផ្សេងគ្នា កាលណាសមីការ $x^2+px+q=0$ មានឫសពីរផ្សេងគ្នា គឺ $\Delta>0 \Leftrightarrow p^2-4q>0$

តាង $x_1 ; x_2$ ជាឫសរបស់សមីការ $x^2+px+q=0$ យើងបាន

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ x_1 គឺ $k_1=\frac{2x_1+p}{x_1^2+1}$

មេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ x_2 គឺ $k_2=\frac{2x_2+p}{x_2^2+1}$

បន្ទាត់ប៉ះទាំងពីរកែងគ្នាកាលណា $k_1 \cdot k_2=-1$

$$\frac{2x_1+p}{x_1^2+1}\cdot\frac{2x_2+p}{x_2^2+1}=-1 \Leftrightarrow 4x_1x_2+2x_1p+2x_2p+p^2=-(x_1x_2)^2-x_1^2 ...$$

$$\Leftrightarrow 4x_1x_2+2p(x_1+x_2)+p^2+(x_1x_2)^2+(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+1=0$$

តែ $x_1x_2=q$; $x_1+x_2=-p$ យើងបាន $4q-2p^2+p^2+q^2+p^2-2q ...$

$\Leftrightarrow q^2+2q+1=0 \Leftrightarrow (q+1)^2=-1 \Leftrightarrow q=-1$

តែ $p^2-4q>0 \Leftrightarrow p^2+4>0$ ពិត $\forall p\in R$

$\boxed{q=-1 ,\ p\in R}$

03-03-2001

ជំ.ជ.03

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់មធ្យមសិក្សាបច្ចេកទេស
ទៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុនសំរាប់ឆ្នាំ ២០០៤

មណ្ឌលប្រឡង វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
បន្ទប់លេខ ...43...
តុលេខ ...1027...
ឈ្មោះ ...[illegible]...

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១២ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៣
វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល១ម៉ោង៣០នាទី

១៥ ពិន្ទុ I- រកទំនាក់ទំនងរវាង a និង b ដើម្បីអោយអនុគមន៍

$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & \text{បើ } x\le \dfrac{\pi}{2} \\ \sin x+b & \text{បើ } x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

ជាអនុគមន៍ជាប់លើ $\mathbb{R}$ ។

២០ ពិន្ទុ II- គេអោយអនុគមន៍ f ដែលកំនត់បានលើចន្លោះ $]-2\,;+\infty[$ ដោយ :

$$f(x)=\frac{x^2-3x+7}{x+2}$$ ។

១- សរសេរអនុគមន៍ $f(x)$ ជារាង $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$ ដែល a,b,c ជាចំនួនថេរត្រូវកំនត់ ។

២- រកអាស៊ីមតូតនៃក្រាប (C) តាងអនុគមន៍ f ។

២០ ពិន្ទុ III- គេអោយសមីការដឺក្រេទីពីរ $x^2-ax+2a=0$ ដែល a ជាចំនួនថេរ ។
ចូរកំនត់តំលៃនៃ a ដើម្បីអោយសមីការនេះយ៉ាងហោចណាស់មានឫសមួយនៅក្នុងចន្លោះ $-1<x<1$ ។

២០ ពិន្ទុ IV- សន្មតថារង្វង់ $x^2+y^2=7$ កាត់បន្ទាត់ $3x+4y=10$ ត្រង់ចំនុច P និង Q ។
ចូររកប្រវែង PQ ។

២៥ ពិន្ទុ V- គេអោយអនុគមន៍ f ដែលកំនត់ដោយ $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin^3 \pi|x|}{x^2} & \text{ចំពោះ } x\neq 0 \\ 0 & \text{ចំពោះ } x=0 \end{cases}$ ។

១- តើអនុគមន៍ f ជាប់ត្រង់ចំនុច $x=0$ ឬទេ ?

២- តើអនុគមន៍ f មានដេរីវេត្រង់ចំនុច $x=0$ ឬទេ ?

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ប.ម. ០១

I. ប្រលងជ្រើសរើសសិស្សពូកែ ...

ថ្នាក់ មធ្យមសិក្សាបច្ចេកទេស ...

I – រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយអនុគមន៍

$$f(x)=\begin{cases} ax+1 & \text{បើ } x\le\frac{\pi}{2} \\ \sin x+b & \text{បើ } x>\frac{\pi}{2}\end{cases}$$ ជាប់លើ $\mathbb{R}$:

បើ $x\le\frac{\pi}{2}$ $f(x)=ax+1$ ជាអនុគមន៍ជាប់លើចន្លោះ $]-\infty;\frac{\pi}{2}]$ (ព្រោះវាជាអនុគមន៍ជាប់លើ $\mathbb{R}$). ហើយបើ $x>\frac{\pi}{2}$, $f(x)=\sin x+b$ ជាអនុគមន៍ជាប់លើចន្លោះ $]\frac{\pi}{2};+\infty[$ (ព្រោះវាជាផលបូកនៃអនុគមន៍ជាប់លើ $\mathbb{R}$) ។ 5ពិ

ដូច្នេះ ដើម្បីអោយអនុគមន៍ f ជាប់លើ $\mathbb{R}$ លុះត្រាតែអនុគមន៍ f ជាប់ ត្រង់ $\frac{\pi}{2}$ គឺ ល្មមតែ $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}f(x)=f(\frac{\pi}{2})$ 5ពិ

ពោល $f(\frac{\pi}{2})=a\frac{\pi}{2}+1$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+}(\sin x+b)=\sin\frac{\pi}{2}+b=1+b.$$ 5ពិ

ដូច្នេះ $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}f(x)=f(\frac{\pi}{2})\Rightarrow 1+b=a\frac{\pi}{2}+1\Rightarrow b=a\frac{\pi}{2}\Rightarrow \boxed{2b=\pi a}$

II អនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះ $]-2;+\infty[$ ដោយ: $f(x)=\dfrac{x^2-3x+7}{x+2}$

1/ សរសេរអនុគមន៍ $f(x)$ ជារាង $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$ ដែល a,b,c ជាចំនួនពិត

យើងកំណត់:

$f(x)=\dfrac{x^2-3x+7}{x+2}$

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+7 & x+2 \\ -(x^2+2x) & \overline{x-5} \\ \hline 0\ -5x+7 & \\ -(-5x-10) & \\ \hline 0\ +17 & \end{array}$$ 5ពិន្ទុ

គេបាន: $f(x)=x-5+\dfrac{17}{x+2}$

ដូចនេះ អនុគមន៍ $f(x)$ អាចសរសេរជារាង $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+2}$ ដែល

$\boxed{a=1\ ;\ b=-5\ ;\ c=17}$ 5ពិន្ទុ

2/ រកអាស៊ីមតូតទាំងពីរនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ f:

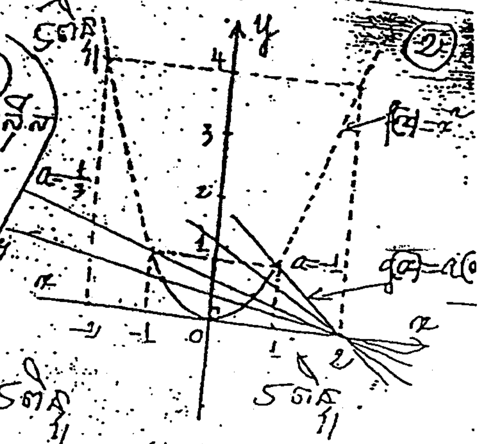
ដោយ $f(x)=x-5+\dfrac{17}{x+2}$ (សំរាយខាងលើ) ហើយគេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{17}{x+2}=0$

ដូច្នេះបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=x-5$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាបតាងអនុគមន៍ f ។ 5ពិ

$\lim\limits_{x\to-2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{x^2-3x+7}{x+2}=+\infty\Rightarrow$ បន្ទាត់សមីការ $x=-2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាបតាងអនុគមន៍ f ។

III. រកតំលៃ a : ពិ.ឲ .០៥

$x^2 - ax + 2a = 0 \Leftrightarrow x^2 = a(x-2)$



ដូច្នេះ រឺសនៃសមីការ $x^2 - ax + 2a = 0$ គឺជាអាប់ស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល $f(x) = x^2$ និងបន្ទាត់ $g(x) = a(x-2)$ ដែលកាត់តាមចំណុច $(2;0)$ ។

តាមរូបភាពខាងលើ យើងឃើញថា ចំពោះ $-1 < x < 1$ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)$ និង $g(x)$:

- មានចំណុចប្រសព្វមួយ កាលណា : $-1 < a \leq -\frac{1}{3}$
- មានចំណុចប្រសព្វពីរ កាលណា : $-\frac{1}{3} < a \leq 0$

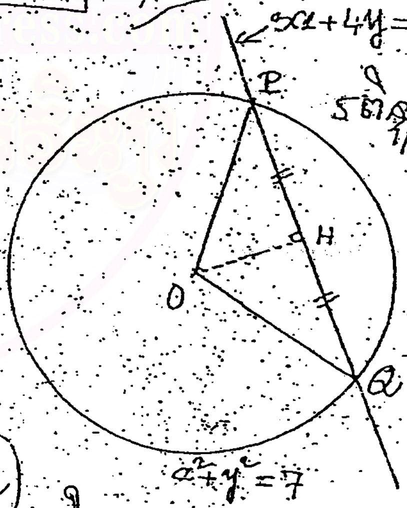
៥ពិន្ទុ

ដូច្នេះ ក្រាបនៃអនុគមន៍ $f(x)$ និង $g(x)$ មានចំណុចប្រសព្វមួយយ៉ាងតិចនៅក្នុងចន្លោះ $(-1;1)$ កាលណា $-1 < a \leq 0$

ដូចនេះ សមីការ $x^2 - ax + 2a = 0$ មានរឺសមួយយ៉ាងតិចនៅក្នុងចន្លោះ $(-1;1)$ កាលណា $-1 < a \leq 0$

គេបាន: តំលៃនៃ a ដើម្បីអោយសមីការ $x^2 - ax + 2a = 0$ មានរឺសមួយយ៉ាងតិចនៅក្នុងចន្លោះ $(-1;1)$ គឺ: $\boxed{-1 < a \leq 0}$ ។ ៥ពិន្ទុ

VI. គណនាប្រវែង PQ



តាង O ជាផ្ចិតនៃរង្វង់ $x^2+y^2=7$ និង (OH) ជាចំងាយកាត់កែងពីចំណុច O ទៅបន្ទាត់ $3x+4y=10$ ឬ $3x+4y-10=0$ ។ ដូច្នេះយើងបាន:

$O(0;0)$

$PQ = 2PH$

$PH^2 = OP^2 - OH^2$

$OP^2 = \sqrt{7}^2 = 7$

៥ពិន្ទុ

$OH = \frac{|3\times0 + 4\times0 - 10|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|-10|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$

គេបាន $PH^2 = 7 - 2^2 = 7 - 4 = 3$ ។ ៥ពិន្ទុ

$PQ = 2PH \Rightarrow PQ^2 = (2PH)^2 = 4PH^2$

តែ $PH^2 = 3$

$\Rightarrow PQ^2 = 4\times3$

$\Rightarrow PQ = 2\sqrt{3}$ ឯកតាប្រវែង ៥ពិន្ទុ

37

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

V. $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin^3\pi|x|}{x^2} & \text{ចំពោះ } x\neq 0\\ 0 & \text{ចំពោះ } x=0\end{cases}$ ពិ: ២៥-០៩

1/ សិក្សាភាពជាប់នៃអនុគមន៍ត្រង់ $x=0$:

ដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f គឺ $D=\mathbb{R}$.

$$\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^+}\frac{\sin^3\pi|x|}{x^2}=\lim_{x\to0^+}\frac{\sin^3\pi x}{x^2}=\lim_{x\to0^+}\left(\frac{\sin^3\pi x}{\pi^3x^3}\times\pi^3x\right)$$

$$=\lim_{x\to0^+}\left(\frac{\sin\pi x}{\pi x}\right)^3\times\lim_{x\to0^+}(\pi^3x)=1^3\times0=0.$$

.5 ពិន្ទុ

ដូចនេះ: $\lim_{x\to0^+}f(x)=0$ (1)

$$\lim_{x\to0^-}f(x)=\lim_{x\to0^-}\frac{\sin^3\pi|x|}{x^2}=\lim_{x\to0^-}\frac{\sin^3\pi(-x)}{x^2}=\lim_{x\to0^-}\frac{[\sin(-\pi x)]^3}{x^2}$$

$$=\lim_{x\to0^-}\frac{(-\sin\pi x)^3}{x^2}=-\lim_{x\to0^-}\left(\frac{(\sin\pi x)^3}{\pi^3x^3}\times\pi^3x\right)=-\lim_{x\to0}\left(\frac{\sin\pi x}{\pi x}\right)^3\times\lim_{x\to0^-}\pi^3x$$

$=(-1)\times0=0$ ។ ដូចនេះ: $\lim_{x\to0^-}f(x)=0$ (2)

.5 ពិន្ទុ

ហើយចំពោះ: $f(0)=0$ (សម្មតិកម្ម) (3)

(1), (2) និង (3) $\Rightarrow \lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^-}f(x)=f(0)$

នាំឲ្យអនុគមន៍ f ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x=0$ ។

.5 ពិន្ទុ

2/ សិក្សាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f ត្រង់ $x=0$:

គណនា: $\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}$

$$\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\frac{f(h)-f(0)}{h}=\frac{\frac{\sin^3\pi|h|}{h^2}-0}{h}=\frac{\sin^3\pi|h|}{h^3}$$

ដូចនេះ: $f'_+(0)=\lim_{h\to0^+}\dfrac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0^+}\dfrac{\sin^3\pi|h|}{h^3}=\lim_{h\to0^+}\dfrac{\sin^3\pi h}{h^3}=\lim_{h\to0^+}\left(\dfrac{(\sin\pi h)^3}{\pi^3h^3}\times\pi^3\right)$

$f'_+(0)=\pi^3\lim_{h\to0}\left(\dfrac{\sin\pi h}{\pi h}\right)^3=\pi^3\times1^3=\pi^3\Rightarrow f'_+(0)=\pi^3$ (I)

.5 ពិន្ទុ

$$f'_-(0)=\lim_{h\to0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0^-}\frac{\sin^3\pi|h|}{h^3}=\lim_{h\to0^-}\frac{\sin^3\pi(-h)}{h^3}=\lim_{h\to0^-}\frac{[\sin(-\pi h)]^3}{h^3}$$

$$=\lim_{h\to0^-}\frac{[-\sin\pi h]^3}{h^3}=-\lim_{h\to0^-}\left(\frac{(\sin\pi h)^3}{\pi^3h^3}\times\pi^3\right)=-\pi^3\lim_{h\to0^-}\left(\frac{\sin\pi h}{\pi h}\right)^3=-\pi^3\times1^3=-\pi^3$$

ដូចនេះ: $f'_-(0)=-\pi^3$.

.5 ពិន្ទុ

$\left.\begin{array}{l}f'_+(0)=\pi^3\\ f'_-(0)=-\pi^3\end{array}\right\}\Rightarrow f'_+(0)\neq f'_-(0)\Rightarrow$ អនុគមន៍ f គ្មានដេរីវេត្រង់ $x=0$ ទេ ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ
លេខបន្ទប់ : ....
លេខតុ : ....
ឈ្មោះ : ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា
នៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុនឆ្នាំ២០១០

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី២៤ ខែ មិថុនា ឆ្នាំ ២០០៩
វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោង និង ៣០នាទី

(២៥ពិន្ទុ) I- 1-គណនាលីមីតខាងក្រោម :

ក) $\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{x^3+1}-\sqrt[3]{x^2+1}}$ ខ) $\lim_{x\to+\infty}(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2}x)$

2-គេមានអនុគមន៍ f កំនត់ដោយ $f(x)=e^{\frac{2}{x}+\ln x}$

ក) គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ កាលណា $x\to+\infty$

ខ) តើក្រាបតាងអនុគមន៍ f នោះមានអាស៊ីមតូតទ្រេតដែរឬទេ ?
បើមាន ចូរសរសេរសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនោះ ?

(២៥ពិន្ទុ) II- f ជាអនុគមន៍កំនត់លើចន្លោះ $]\ln 3;+\infty[$ ដោយ $f(x)=2x-2+\frac{3}{e^x-3}$ ។ (c) ជាក្រាបតាងអនុគមន៍ f ។

1) គណនាលីមីតនៃ $f(x)$ ត្រង់ $\ln 3$ និងត្រង់ $+\infty$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតនៃខ្សែកោង (c) ។ សិក្សាទីតាំងនៃ (c) ធៀបនឹងអាស៊ីមតូតទ្រេត (D) ។

2) គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ f

(២៥ពិន្ទុ) III- 1- ក) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''-2y'+4y=0$

ខ) រកចំលើយនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល $y''+3y'+2y=0$ ដែល $y(0)=2$ និង $y'(0)=-3$

2- គេអោយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (F): $y''+y=\sin x$ ។

ក) កំណត់ចំនួនពិត β ដែលអនុគមន៍ θ កំណត់លើ R ដោយ $\theta(x)=\beta x\cos x$ ជាចំលើយនៃ (F)

ខ) បង្ហាញថាគ្រប់ចំលើយ g ផ្សេងទៀតនៃ (F) ផ្ទៀងផ្ទាត់ $(g-\theta)''+(g-\theta)=0$ ។

គ) ដោះស្រាយសមីការ $y''+y=0$

ឃ) ទាញពីសំនួរខាងលើរកចំលើយទូទៅនៃចំលើយរបស់សមីការ (F) ។

(២៥ពិន្ទុ) IV- 1-គណនា $I=\int_0^{2\pi}(|\sin x|+|\cos x|)dx$ ។

2-គេអោយ $f_n(x)=\begin{cases}\frac{\sin nx}{\sin x} & , x>0\\ n & , x=0\end{cases}$ $(\forall n\in N)$

បើគេយក $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}}f_n(x)dx$

ក) បង្ហាញថា $I_{2k+1}=I_{2k-1}$, $K\in N$ ។

ខ) គណនា I_{2009} ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible] 2010

លំហាត់ 1 គណនា

1) ក) (1pt)

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{x^3+1}-\sqrt[3]{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2}+\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[3]{x^3}-\sqrt[3]{x^2}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\sqrt[3]{\frac{1}{x}}\right)}{x\left(1-\sqrt[3]{\frac{1}{x}}\right)}=\boxed{1}$ 2pts

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}+\sqrt[3]{x^2+1}}{\sqrt[3]{x^3+1}-\sqrt[3]{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\left(1+\sqrt[3]{\frac{1}{x}}\right)}{x\left(1-\sqrt[3]{\frac{1}{x}}\right)}$

$=\boxed{-1}$ 2pts

2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2}\,x\right)=\boxed{+\infty}$ 2pts

ព្រោះ $x\to-\infty\Rightarrow\sqrt{2x^2+1}\to+\infty$ [illegible] $-\sqrt{2}x\to+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2}x\right)$ [illegible] $+\infty-\infty$ 1pt

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2}x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x^2+1-2x^2}{\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2}x}$

$=\boxed{0}$ 2pts

ព្រោះ $x\to+\infty\Rightarrow\sqrt{2x^2+1}+\sqrt{2}x\to+\infty$

2) ក) គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ (1.5pts)

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}e^{\frac{2}{x}+\ln x}=\boxed{+\infty}$ 2pts

ព្រោះ $x\to+\infty\Rightarrow\frac{2}{x}+\ln x\to+\infty$

$\Rightarrow e^{\frac{2}{x}+\ln x}\to+\infty$ 2pts

ខ) [illegible]

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^{\frac{2}{x}+\ln x}}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\,e^{\frac{2}{x}}}{x}$ 2pts

$=1\in\mathbb{R}$ (ព្រោះ $x\to+\infty\to\frac{2}{x}\to0$) 2pts

$\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(xe^{\frac{2}{x}}-x\right)$ 2pts

តាង $X=\frac{1}{x}\to x=\frac{1}{X}$ J. 09 (1)

កាលណា $x\to+\infty\Rightarrow X\to0$

$\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=\lim\limits_{X\to0}\dfrac{e^{2X}-1}{X}=2\lim\limits_{X\to0}\dfrac{e^{2X}-1}{2X}$ 2

$=2\in\mathbb{R}$. 2pts

[illegible] f [illegible] $y=x+2$ 2pts

II 1) (2pts) គណនា [illegible] $f(x)$ [illegible] $\ln3$ [illegible] $+\infty$ (9pts)

$\lim\limits_{x\to\ln3}f(x)=\lim\limits_{x\to\ln3}\left[(2x-2)+\dfrac{3}{e^x-3}\right]=\boxed{+\infty}$ 1pt

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to\ln3}(2x-2)=2\ln3-2$ [illegible]

$\lim\limits_{x\to\ln3}\dfrac{3}{e^x-3}=+\infty$ 1pt

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[(2x-2)+\dfrac{3}{e^x-3}\right]=+\infty$ 1pt

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-2)=+\infty$ [illegible] $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{e^x-3}=0$ 1pt

[illegible] (C) [illegible] f

[illegible] $\lim\limits_{x\to\ln3}f(x)=+\infty$ [illegible] $x=\ln3$ [illegible] 1pt

[illegible] $f(x)=2x-2+\dfrac{3}{e^x-3}$ [illegible] $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3}{e^x-3}=$

[illegible] $y=2x-2$ [illegible] (C) [illegible] f [illegible] $+\infty$ 1pt

[illegible] (C) [illegible] (D)

(C): $f(x)=2x-2+\dfrac{3}{e^x-3}$

(D): $y=2x-2$

[illegible] $g(x)=f(x)-y=\dfrac{3}{e^x-3}$ 1pt

$\forall x\in]\ln3;+\infty[$, $x>\ln3$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$e^x > 3 \Rightarrow e^x - 3 > 0$

$\Rightarrow d(x) = \frac{3}{e^x-3} > 0$) 1pt

ដូច្នេះ លើចន្លោះ $]\ln 3;+\infty[$, ខ្សែកោង (C) ស្ថិតនៅខាងលើបន្ទាត់ (d)) 1pt

2) គណនា ដេរីវេ $f'(x)$ (6pts)

$f'(x) = 2 + \frac{-3(e^x-3)'}{(e^x-3)^2}$) 1pt

$= \frac{2(e^{2x}-6e^x+9)-3e^x}{(e^x-3)^2}$) 1pt

$= \frac{2e^{2x}-12e^x+18-3e^x}{(e^x-3)^2}$) 1pt

$f'(x) = \frac{2e^{2x}-15e^x+18}{(e^x-3)^2}$) 1pt

- សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$

$f'(x) = \frac{2e^{2x}-15e^x+18}{(e^x-3)^2}$ មានសញ្ញាដូច $2e^{2x}-15e^x+18$ ព្រោះ $(e^x-3)^2>0, \forall x \in]\ln 3;+\infty[$) 1pt

តាង $u = e^x > 0$ គេបាន

$2u^2-15u+18$ មាន $\Delta = 15^2-4\times2\times18 = 225-144 = 81$) 1pt

$u = \frac{15\pm\sqrt{81}}{4} = \frac{15\pm 9}{4}$

$u = \frac{3}{2}$ ឬ $u = 6$) 1pt

$2u^2-15u+18>0$ ពេល $u<\frac{3}{2}$ ឬ $u>6$

$2u^2-15u+18<0$ ពេល $\frac{3}{2}<u<6$) 1pt

ដូចនេះ:

- $2e^{2x}-15e^x+18>0$ ពេល $e^x<\frac{3}{2}$ ឬ $e^x>6$
 $x<\ln\frac{3}{2}$ ឬ $x>\ln 6$) 1pt

- $2e^{2x}-15x+18<0$ ពេល $\ln\frac{3}{2}<x<\ln 6$

ដោយសិក្សានៅលើចន្លោះ f គឺ $]\ln 3;+\infty[$

នាំឲ្យ

$f'(x)>0$ ចំពោះ $x\in]\ln 6;+\infty[$	1pt
$f'(x)<0$ ចំពោះ $x\in]\ln 3;\ln 6[$	1pt
$f'(x)=0$ ចំពោះ $x=\ln 6$	1pt

- តារាងអថេរភាពនៃ f J.3.09

x	$\ln 3$		$\ln 6$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-1+\ln 36$	↗	$+\infty$

3pts

III (15pts) 1) ក. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល (5pts)

$y''-2y'+4y=0$

សមីការសម្គាល់ $r^2-2r+4=0$) 1pt

$\Delta = (-2)^2-4\times1\times4 = 4-16 = -12$

$= (i2\sqrt{3})^2$) 1pt

ចម្លើយសមីការសម្គាល់មានឫសពីរ

$r_1 = \frac{2-i2\sqrt{3}}{2}$ និង $r_2 = \frac{2+i2\sqrt{3}}{2}$

$r_1 = 1-i\sqrt{3}$ និង $r_2 = 1+i\sqrt{3}$) 1pt

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការគឺ

$y = (A\cos\sqrt{3}x + B\sin\sqrt{3}x)e^x$) 1pt

ចំពោះ A និង B ∈ ℝ) 1pt

(9pts) ខ. ការចម្លើយនៃសមីការ

$y''+3y'+2y=0$ ចំពោះ $y(0)=2$ និង $y'(0)=$

សមីការសម្គាល់ $r^2+3r+2=0$) 1pt

$r_1=-2$ និង $r_2=-1$) 1pt

ចម្លើយទូទៅ $y = Ae^{-2x}+Be^{-x}$ ចំពោះ $A, B \in \mathbb{R}$) 1pt

$y' = -2Ae^{-2x}-Be^{-x}$) 1pt

ដោយ $y(0)=2$ គេបាន $Ae^0+Be^0=2$

$A+B=2$ (1)) 1pt

ដោយ $y'(0)=3$ គេបាន $-2Ae^0-Be^0=-3$

$2A+B=3$ (2)) 1pt

$\begin{cases} A+B=2 & (1) \\ 2A+B=3 & (2) \end{cases}$) 1pt

(2)-(1) $\Rightarrow A=1$ ហើយ $B=2-1=1$ 1pt

39

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដូច្នេះ ចំលើយ សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល ដែលត្រូវរក គឺ $y = e^{-2x} + e^{-x}$) 1pt

② ក/ គណនាចំនួនពិត β ដើម្បីឲ្យអនុគមន៍ θ កំណត់លើ $\mathbb{R}$ ដោយ $\theta(x) = \beta x\cos x$ ជាចំលើយនៃ (F) (1pt)

$\theta'(x) = \beta\cos x - \beta x\sin x$) 1pt

$\theta''(x) = -\beta\sin x - \beta\sin x - \beta x\cos x$

$= -2\beta\sin x - \beta x\cos x$) 1pt

θ ជាចំលើយនៃ (F) លុះត្រាតែ

$-2\beta\sin x - \beta x\cos x + \beta x\cos x = \sin x$) 1pt

$-2\beta\sin x = \sin x$

$-2\beta = 1 \Rightarrow \boxed{\beta = -\frac{1}{2}}$) 1pt

ខ/ បង្ហាញថា អនុគមន៍ g ជាចំលើយនៃ (F) លុះត្រាតែ $(g-\theta)'' + (g-\theta) = 0$

g ជាចំលើយរបស់ (F) $\Rightarrow g'' + g = \sin x$) 1pt

θ ជាចំលើយរបស់ (F) $\Rightarrow \theta'' + \theta = \sin x$

ដកអង្គនិងអង្គ គេបាន: $(g-\theta)'' + (g-\theta) = 0$

មានន័យថា: $g-\theta$ ជាចំលើយរបស់: $y'' + y = 0$) 1pt

គ/ ដោះស្រាយសមីការ $y'' + y = 0$

សមីការសម្គាល់: $r^2 + 1 = 0$

$r_1 = 0 - i$ និង $r_2 = 0 + i$) 1pt

ចំលើយរបស់ $y'' + y = 0$ គឺ

$\boxed{y = A\cos x + B\sin x}$, $A, B \in \mathbb{R}$) 1pt

ឃ/ ទាញរកចំលើយទូទៅនៃសមីការ (F)

តាមសំណួរ ខ/ បើ g ជាចំលើយរបស់ (F) នោះ $g-\theta$ ជាចំលើយនៃ $y'' + y = 0$ នាំឲ្យ

$g(x) - \theta(x) = A\cos x + B\sin x$) 1pt

$$\boxed{g(x) = A\cos x + B\sin x - \tfrac{1}{2}x\cos x \text{ ដែល } A \text{ និង } B \in \mathbb{R}}$$) 1pt

III/ ក/ គណនា $I = \int_0^{2\pi}(|\sin x| + |\cos x|)dx$ (8pts)

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x + \cos x)dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}(\sin x - \cos x)dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}(\sin x + \cos x)dx + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}(-\sin x + \cos x)dx$) 2pts

7.7.07 ③

$I = [-\cos x + \sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} + [-\cos x - \sin x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - [-\cos x + \sin x]_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} + [\cos x + \sin x]_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}$

$I = (1+1) + (1+1) - (-1-1) + (1+1)$) 2pts

$\boxed{I = 8}$) 2pts

(1pt) ខ/ បង្ហាញថា $I_{2k+1} = I_{2k-1}$, $k \in \mathbb{N}$

ដោយ $\lim_{x\to 0}\frac{\sin nx}{\sin x} = n = f(0)$ នាំឲ្យ $f_n(x)$ ជាប់លើចន្លោះ $[0;\frac{\pi}{2}]$ 1

$I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_n(x)\,dx$

$I_{2k+1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{(2k+1)}(x)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2k+1)x}{\sin x}dx$

$I_{2k-1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_{(2k-1)}(x)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2k-1)x}{\sin x}dx$

$I_{2k+1} - I_{2k-1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin(2k+1)x - \sin(2k-1)x}{\sin x}dx$) 2

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{2\sin x\cos(2kx)}{\sin x}dx$) 2pts

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}2\cos(2kx)\,dx = 2\left[\frac{1}{2k}\sin(2kx)\right]$

$= 0$) 2pts

ដូច្នេះ $\boxed{I_{2k+1} = I_{2k-1}}$, $k \in \mathbb{N}$) 2pt

គ/ គណនា I_{2009}

ដោយសម្រាយ $I_{2k+1} = I_{2k-1}$ គេបាន) 2pts

$I_{2009} = I_{2007} = \dots = I_1$

$I_{2009} = \int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{\sin x}dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}}dx = x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$) 2

$\Rightarrow \boxed{I_{2009} = \frac{\pi}{2}}$) 2pts

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

J3-01

មណ្ឌលប្រលង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

បន្ទប់លេខ : 30

តុលេខ : 652

ឈ្មោះ : [illegible]

ការប្រលងជ្រើសរើសបេក្ខជនអាហារូបករណ៍

ឲ្យទៅសិក្សានៅប្រទេសជប៉ុន

ក្នុងឆ្នាំ ២០០១

ថ្នាក់ : ឧត្តមសិក្សា

សម័យប្រលង : ថ្ងៃទី ០២ ខែ សីហា ឆ្នាំ ២០០១

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ២ម៉ោង

១៥ ពិន្ទុ I/ គណនាអាំងតេក្រាល : $\int \frac{3\sin x + 2\cos x + 4}{\cos x}\,dx$

២០ ពិន្ទុ II/ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} 4^x \cdot 5^y = \dfrac{1}{400} \\ 5^x \cdot 6^y = \dfrac{1}{900} \end{cases}$$

២០ ពិន្ទុ III/ ដោះស្រាយសមីការ $30\log_{8x}\sqrt[3]{x} + \log_{0.5x} x^2 - \log_{4x} x^3 = 0$

២០ ពិន្ទុ IV/ ១- គណនាដេរីវេ $y = \left[\dfrac{tg\,x/2}{1 - tg^2\,x/2}\right]^2$

២- បង្ហាញថា $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^b f(a+b-x)\,dx$

២៥ ពិន្ទុ V/ ចំនួនគត់វិជ្ជមាន n ចែកនឹង 8 អោយសំណល់ 1 ។ ចំនួន n នោះចែកនឹង 5 អោយសំណល់ 2 ។

ក- បើចំនួន n នោះចែកនឹង 40 អោយសំណល់ប៉ុន្មាន ?

ខ- រកចំនួន n នោះ ដោយដឹងថា $3940 < n < 4000$ ។

40

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

វិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា 01

ប្រឡងចូលរៀនវិទ្យាស្ថានបច្ចេកវិទ្យាកម្ពុជា

ថ្ងៃទី (ប្រឡងថ្ងៃទី 02-08-2001)

I (15pts) គណនា $\int \frac{3\sin x+2\cos x+4}{\cos x}dx =$

$= 3\int\frac{\sin x}{\cos x}dx + 2\int \frac{\cos x}{\cos x}dx + 4\int\frac{1}{\cos x}dx$ 2pts

ដោយ: $\int \frac{\sin x}{\cos x}dx = \int \frac{-(\cos x)'}{\cos x}dx = -\ln|\cos x| + c_1$ 3pts

ដោយ: $\int\frac{\cos x}{\cos x}dx = \int dx = x + c_2$ 2pts

ដោយ: $\int \frac{1}{\cos x}dx = \int \frac{1}{\sin(x+\frac{\pi}{2})}dx =$

$= \int \frac{1}{2\sin\frac{x+\pi/2}{2}\cos\frac{x+\pi/2}{2}}dx$ 2pts

$= \int \frac{1}{2\frac{\sin(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})}{\cos(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})}\times\cos^2(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4})}dx$ 2pts

$= \int \frac{1}{tg(\frac x2+\frac\pi4)}\times\frac{1}{2\cos^2(\frac x2+\frac\pi4)}dx$

តាង $u = tg(\frac x2+\frac\pi4) \Rightarrow du = \frac{1}{2\cos^2(\frac x2+\frac\pi4)}dx$

$\Rightarrow \int\frac{dx}{\cos x} = \int\frac{du}{u} = \ln|u| + c_3$ 2pts

$= \ln\left|tg(\frac x2+\frac\pi4)\right| + c_3$

ដូចនេះ $\int\frac{3\sin x+2\cos x+4}{\cos x}dx = -3\ln|\cos x| + 4\ln\left|tg(\frac x2+\frac\pi4)\right| + 2x + c$ 2pts

II (20pts) ដោះស្រាយប្រព័ន្ធ $\begin{cases}4^x5^y=\frac{1}{400}\\5^x6^y=\frac{1}{900}\end{cases}$

ប្រព័ន្ធមានន័យ $\forall x\in R;\ y\in R$

ប្រព័ន្ធសមមូល $\begin{cases}4^x5^y\times400=1\\5^x6^y\times900=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4^x.5^y.20^2=1\\5^x.6^y.30^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4^x.5^y.4^2.5^2=1\\5^x.6^y.5^2.6^2=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4^{x+2}.5^{y+2}=1\\5^{x+2}.6^{y+2}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}lg4^{x+2}+lg5^{y+2}=0\\lg5^{x+2}+lg6^{y+2}=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x+2)lg4+(y+2)lg5=0\\(x+2)lg5+(y+2)lg6=0\end{cases}$ 4pts

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x+2)lg4.lg5+(y+2)lg^25=0\\(x+2)lg5(-lg4)+(y+2)lg6.lg(-4)=0\end{cases}$

$(y+2)\left[-lg^25+lg6.lg(-4)\right]=0$

$y+2=0$ ព្រោះ $lg^25+lg6\,lg(4)\neq0$

$\Rightarrow y=-2\in R$ 4pts

ជំនួសក្នុង $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

ដូចនេះ $\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$ ជាគូចម្លើយប្រព័ន្ធ 4pts

ប្រព័ន្ធមានចម្លើយតែមួយគត់

III ដោះស្រាយសមីការ:

(20pts) $30\log_{8x}\sqrt[3]{x}+\log_{0,5x}x^2-\log_{4x}x^3=0$ (1)

ដើម្បីឲ្យសមីការមានន័យលុះត្រា $\begin{cases}x>0\\x\neq1/8\\x\neq2\\x\neq1/4\end{cases}$ 4pts

ដែនកំណត់នៃសមីការគឺ $D=]0;+\infty[\setminus\{\frac18;\frac14;2\}$

- បើ $x=1$ ជំនួសក្នុង (1) $\Rightarrow x=1$ ជាឫសនៃសមីការ

- បើ $x\neq1$ សមីការ (1) អាចសរសេរ:

$\frac{30\times\frac13\log_x x}{\log_x 8x}+\frac{2\log_x x}{\log_x 0,5x}-\frac{3}{\log_x 4x}=0$

$\frac{10}{3\log_x2+1}+\frac{2}{-\log_x2+1}+\frac{3}{2\log_x2+1}=0$ 4pts

$$\frac{10}{3t+1}+\frac{2}{-t+1}-\frac{3}{2t+1}=0$$ [illegible] $t=\log_x 2$

$$10(-t+1)(2t+1)+2(3t+1)(2t+1)-3(-t+1)(3t+1)=0$$

[illegible] $t\neq -\frac{1}{3};\ t\neq 1;\ t\neq -\frac{1}{2}$

$$10(-2t^2-t+2t+1)+2(6t^2+3t+2t+1)-3(-3t^2+t+3t+1)=0$$

$$10(-2t^2+t+1)+2(6t^2+5t+1)-3(-3t^2+2t+1)=0$$

$$-20t^2+10t+10+12t^2+10t+2+9t^2-6t-3=0$$

$$t^2+14t+9=0;\quad \Delta'=7^2-9=40$$

$$t=-7-\sqrt{40}\ \text{ឬ}\ t=-7+\sqrt{40}$$ 4pts

- [illegible] $t=-7-\sqrt{40}\Leftrightarrow \log_x 2=-7-\sqrt{40}$

$$\log_2 x=\frac{1}{-7-\sqrt{40}}=\frac{-7+\sqrt{40}}{49-40}=\frac{-7+\sqrt{40}}{9}$$

$$x=2^{\frac{-7+\sqrt{40}}{9}}\in D$$ 4pts

- [illegible] $t=-7+\sqrt{40}\Leftrightarrow \log_x 2=-7+\sqrt{40}$

$$\log_2 x=\frac{1}{-7+\sqrt{40}}=\frac{-7-\sqrt{40}}{49-40}=\frac{-7-\sqrt{40}}{9}$$

$$x=2^{\frac{-7-\sqrt{40}}{9}}\in D$$ 4pts

[illegible]

$$x_1=2^{-\frac{(7+\sqrt{40})}{9}}\ \text{និង}\ x_2=2^{-\frac{(7-\sqrt{40})}{9}};\ x_3=1$$

IV (20pts) [illegible] $y=\left[\dfrac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}\right]^2$

[illegible] $\operatorname{tg}a=\dfrac{2\operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}}\Rightarrow$

$$\frac{\operatorname{tg}\frac{a}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{a}{2}}=\frac{1}{2}\operatorname{tg}a$$

$$\Rightarrow y=\left[\frac{\operatorname{tg}\frac{x}{2}}{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}\right]^2=\frac{1}{4}\operatorname{tg}^2x$$ 5pts

$$\Rightarrow y'=\frac{1}{4}\cdot 2(\operatorname{tg}x)'\operatorname{tg}x$$

$$y'=\frac{1}{2}(1+\operatorname{tg}^2x)\operatorname{tg}x\ \text{ឬ}\ y'=\frac{\operatorname{tg}x}{2\cos^2x}$$ 5pts

[illegible] $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(a+b-x)\,dx$

[illegible] $t=a+b-x\Rightarrow x=a+b-t$

$$\Rightarrow dx=-dt$$ 5pts

[illegible] $\begin{cases}x=a\\x=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=b\\t=a\end{cases}$

$$\Rightarrow\int_a^b f(a+b-x)dx=\int_b^a f(t)(-dt)$$

$$=-\int_b^a f(t)dt$$

$$=+\int_a^b f(t)dt$$

$$=\int_a^b f(x)dx$$ 5pts

[illegible] $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b f(a+b-x)dx$

V (25pts) [illegible]

[illegible] $n=8q+1$ [illegible]

[illegible] $n=5q'+2$ [illegible]

[illegible] $8q-5q'=1\quad(1)$ 2pts

[illegible] $q_0=2$ និង $q'_0=3$ [illegible] (1)

[illegible] $\begin{cases}8q-5q'=1\\8\times2-5\times3=1\end{cases}$

$$\Rightarrow 8(q-2)-5(q'-3)=0$$

$$\Rightarrow 8(q-2)=5(q'-3)$$ [illegible] 4pts

5 [illegible] $5(q'-3)$

[illegible] →

41

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដោយ 8 និង 5 បឋមរវាងគ្នា នោះ 8 ចែកដាច់ $q'-3$ ⇒ គេអាចសរសេរ:

$q'-3 = 8k \Rightarrow q' = 3+8k \; ; k \in N$

ជំនួស $q' = 3+8k$ ក្នុង (1) គេបាន:

$8q - 5(3+8k) = 1$

$8q = 1+5(3+8k)$

$8q = 1+15+40k = 16+40k = 8(2+5k)$

$\Rightarrow q = 2+5k \; ;$ ដែល $k \in N$

4pts

គេអាចសរសេរ:

$n = 8(2+5k)+1 = 16+40k+1$

$n = 40k+17$ ដែល $k \in N$ 3pts

$17 < 40$

ដូច្នេះ n ចែកនឹង 40 បានផលចែក k និងសំណល់ 17

2pts

8) រកចំនួន n នោះដោយដឹងថា:

$3940 < n < 4000$

តាមសម្រាយខាងលើ គេបាន:

$n = 40k+17 \Rightarrow n-17 = 40k$ ដែល k

តាមសម្មតិកម្ម: $3940 < n < 4000$

$\Rightarrow 3923 < n-17 < 3983$

$3923 < 40k < 3983$

ពហុគុណនៃ 40 នៅចន្លោះ 3923 និង 3983

គឺមាន: $40 \times 98 = 3920 \; ; 40 \times 99 = 3960$

$40 \times 100 = 4000$.

តាមលក្ខខណ្ឌ ... $k = 99$

ដូច្នេះ $n = 40 \times 99 + 17 = 3960 + 17$

$n = 3977$

ដូច្នេះ $n = 3977$ 3pts

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី 03 សីហា 2001

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

លេខបន្ទប់ ....

លេខតុ ....

ឈ្មោះ ....

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍
ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សានៅសិក្សានៅសាធារណរដ្ឋ
សង្គមនិយមវៀតណាមក្នុងឆ្នាំ ២០១០

__សម័យប្រឡង__ : ថ្ងៃទី ១៦ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១០

__វិញ្ញាសា__ : គណិតវិទ្យា (រយៈពេល ១ ម៉ោង និង ៣០ នាទី)

(២៥ពិន្ទុ) I- ១-បង្ហាញថាសមីការ $\sin x = x - 1$ មានឫសតែមួយគត់លើ $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$

២-គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \dfrac{e^{\sin^2 2x} - \cos(\sin 3x)}{x^2}$

ក-តើ f ជាប់ត្រង់ $x = 0$ ឬទេ ?

ខ-តើគេអាចបន្លាយ f ឱ្យជាប់ត្រង់ $x = 0$ ឬទេ ? បើអាចកំណត់អនុគមន៍នោះ ?

(២៥ពិន្ទុ) II- ១-គេធ្វើវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យាមួយដែលមាន ៤លំហាត់ រើសក្នុងចំណោម ១៤លំហាត់ ដែលក្នុងនោះមាន ៦លំហាត់ពីជគណិត និង៨លំហាត់ធរណីមាត្រ ។ តើគេអាចធ្វើវិញ្ញាសានេះបានប៉ុន្មានរបៀប ដោយដឹងថាក្នុងវិញ្ញាសានោះត្រូវមានលំហាត់ធរណីមាត្រមួយយ៉ាងតិច ។

២-តើគេអាចបង្កើតចំនួនគត់ ដែលមានបីលេខខុសគ្នាបានប៉ុន្មាន ដោយប្រើលេខ $0, 4, 5, 7, 8$ ។

(២៥ពិន្ទុ) III- គេឱ្យប្រលេពីប៉ែតកែង ABCDEFGH ដែល $AB = AE = 2$, $AD = 4$ ។ I ជាផ្ចិតនៃចតុកោណកែង ABFE , J ជាចំណុចកណ្ដាលនៃ $[EH]$ ដោយយកតំរុយ $\left(A, \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$ ជាតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន ។

1-គណនា $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{JH}$, $\overrightarrow{JI}\cdot\overrightarrow{JG}$

2-គណនា $\cos \widehat{IJG}$

(២៥ពិន្ទុ) IV- គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = x - 3 + \dfrac{-e}{\ln(x-1)}$ និង $f(1) = -2$

១-បង្ហាញថា f ជាប់ខាងស្ដាំត្រង់ $x = 1$ ។ គណនា $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x) - f(1)}{x - 1}$

តើ f មានដេរីវេត្រង់ $x = 1$ ឬទេ ? បកស្រាយលទ្ធផលនេះតាមក្រាភិច

២-បង្ហាញថា $(D): y = x - 3$ ជាអាស៊ីមតូតនៃ (C) តាង f

៣-សិក្សាអថេរភាពនៃ f

៤-សង់ (D) និង (C)

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្រាកំណែ គណិតវិទ្យា ប្រឡងសញ្ញាបត្រ
សម្រាប់បេក្ខជន នៅក្នុង ប្រទេសកម្ពុជា

I 1- បង្ហាញថាសមីការ $\sin x = x - 1$ មានឫសតែមួយគត់លើ $]\frac{\pi}{2}, \pi[$

តាង $g(x) = \sin x - x + 1$

(ម្រ) g ជាអនុគមន៍ជាប់លើ $\mathbb{R}$ នោះ g ក៏ជាប់លើ $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

$g'(x) = \cos x - 1 \le 0$ នោះ g ចុះលើ $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

$g(\frac{\pi}{2}) = \sin\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} + 1 = -\frac{\pi}{2} + 2 > 0$

$g(\pi) = \sin \pi - \pi + 1 = -\pi + 1 < 0$

ដោយ $g(\frac{\pi}{2})\cdot g(\pi) < 0$ តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្តាល មាន α តែមួយគត់ ដែល $g(\alpha) = 0$ ស្មើនឹង សមីការ $\sin x = x - 1$ មានឫសតែមួយគត់លើ $]\frac{\pi}{2}, \pi[$

2- ក. ភាពជាប់នៃ f ត្រង់ $x = 0$

(ម្រ) $x = 0 \to f(0) = \frac{0}{0}$ ក៏រាងមិនកំណត់

នោះ f មិនជាប់ត្រង់ $x = 0$ ទេ

ខ. បន្លាយភាពជាប់នៃ f

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin^2 2x} - \cos(\sin 3x)}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{e^{\sin^2 2x} - 1}{x^2} + \frac{1 - \cos(\sin 3x)}{x^2}\right]$$

$$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{e^{\sin^2 2x} - 1}{\sin^2 2x} \times \frac{\sin^2 2x}{(2x)^2}\cdot 4 + \frac{2\sin^2\frac{\sin 3x}{2}}{\left(\frac{\sin 3x}{2}\right)^2} \times \frac{\sin^2 3x}{(3x)^2} \times \frac{9}{4}\right]$$

$$= 1\cdot 1\cdot 4 + 2\cdot 1\cdot \frac{9}{4} = \frac{17}{2}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sin^2 2x} - \cos(\sin 3x)}{x^2} & x \neq 0 \\ \frac{17}{2} & x = 0 \end{cases}$$

II 1. ចំនួនរបៀបរើសសមាជិកតំណាង

(ម្រ) តិចបំផុត

ចំនួនរបៀបរើសបានគឺ

$C(8,1)\times C(6,3) + C(8,2)\cdot C(6,2) + C(8,3)\cdot C(6,1) + C(8,4)$

$= 8\cdot\frac{6!}{3!3!} + \frac{8!}{2!6!}\cdot\frac{6!}{2!4!} + \frac{8!}{3!5!}\times 6 + \frac{8!}{4!4!}$

$= \frac{8\cdot 6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2} + \frac{8\cdot 7}{2}\cdot\frac{6\cdot 5}{2} + \frac{8\cdot 7\cdot 6}{3\cdot 2}\cdot 6 + \frac{8\cdot 7}{4\cdot 3}$

$= 986$

2- រកចំនួនលេខគូ ដែលបានពីលេខ

(ម្រ) ប្រើលេខ $0, 4, 5, 7, 8$

- បើខ្ទង់រាយបញ្ចប់ដោយលេខ 0 នោះ នៅសល់ 4 លេខទៀតសម្រាប់ដាក់ក្នុង ខ្ទង់ទាំងអស់ទៀត ដែលមាន $4! = 24$

ចំនួន ដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 0

- បើការបញ្ចប់ដោយលេខ 2 និង 4

ខ្ទង់រាយមាន 2 ជម្រើស

ខ្ទង់ពាន់មាន 3 ជម្រើស

ខ្ទង់ពាន់-រយ-ដប់ មាន $3! = 6$ ជម្រើស

ស្មើ: ចំនួនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 2 និង 8 គឺ

$2\times 3\times 6 = 36$

ចំនួនលេខគូសរុប

$24 + 36 = 60$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

III 1. បង្ហាញថា f ជាប់ខាងស្តាំ ត្រង់ $x=1$

$$\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\left(x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}\right) = -2 = f(1)$$

→ f ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=1$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to1^+}\frac{x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}+2}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to1^+}\left(1+\frac{e}{(x-1)\ln(x-1)}\right)$$

តាង $u=\frac{1}{x-1} \Leftrightarrow x-1=\frac{1}{u}$

គេបាន $\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 1 - \frac{e}{\lim_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}}$

$= -\infty$ នោះ f គ្មានដេរីវេខាងស្តាំត្រង់ $x=1$ ទេ។ តាមធរណីមាត្រ ក្រាប (C) មានបន្ទាត់ប៉ះ ... ត្រង់ $x=1$ ស្របនឹងអ័ក្ស ...

2. បង្ហាញថា (D): $y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូត

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x-3))$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}-(x-3)\right)=0$$

នោះបន្ទាត់ (D): $y=x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ខាង $+\infty$

3) តារាងអថេរភាពនៃ f

...

$$f(x) = x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)\ln^2(x-1)-e}{(x-1)\ln^2(x-1)}$$

$\forall x \in D \to (x-1)\ln^2(x-1) > 0$

$f'(x)$ យកសញ្ញាតាម

$g(x) = (x-1)\ln^2(x-1) - e$

$g'(x) = \ln(x-1)[\ln(x-1)+2]$

បើ $\ln(x-1) > 0 \Leftrightarrow x-1 > 1 \Leftrightarrow$ ...

បើ $\ln(x-1)+2 > 0 \Leftrightarrow x-1 > e^{-2}$

$\Leftrightarrow x > 1+e^{-2}$

x	1		$1+e^{-2}$		2		$1+e$	$+\infty$
$\ln(x-1)$		−		−	0	+		
$\ln(x-1)+2$		−	0	+		+		
$g'(x)$		+	0	−	0	+		
$g(x)$		↗	$-2,2$	↘	$-e$	↗	0	↗

$g(1+e^{-2}) = 4e^{-2}-e \simeq -2,2$

$g(2) = -e$

$g(1+e) = e\ln e - e = 0$

តាមតារាងអថេរភាពនៃ g យើងបាន

$g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]1; 1+e[$

$g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]1+e, +\infty[$

តារាងអថេរភាពនៃ f

x	1		2		$1+e$		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	−	0	+	
$f(x)$	-2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$2e-2$	↗	$+\infty$

$\lim_{x\to2} f(x) = -1+\frac{e}{\ln(x-1)} = \infty$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

III 1. បង្ហាញថា f ជាប់ខាងស្តាំ ត្រង់ $x=1$

$$\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\left(x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}\right) = -2 = f(1)$$

→ f ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=1$

$$\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim_{x\to1^+}\frac{x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}+2}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to1^+}\left(1+\frac{e}{(x-1)\ln(x-1)}\right)$$

តាង $u=\frac{1}{x-1} \Leftrightarrow x-1=\frac{1}{u}$

គេបាន $\lim_{x\to1^+}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 1+\frac{e}{\lim_{u\to+\infty} -\frac{\ln u}{u}}$

$= -\infty$ ដូចនេះ f គ្មានដេរីវេខាងស្តាំត្រង់ $x=1$ ទេ ។ តាមធរណីមាត្រ ខ្សែកោង (C) មានបន្ទាត់ប៉ះបញ្ឈរ ត្រង់ $x=1$ ស្របនឹងអ័ក្ស $y'y$ ។

2. បង្ហាញថា $(D): y = x-3$ ជាអាស៊ីមតូត

គេមាន $\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-(x-3)\right)$

$$= \lim_{x\to+\infty}\left(x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}-(x-3)\right) = 0$$

នាំឲ្យបន្ទាត់ $(D): y = x-3$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ខាង $+\infty$

៣) សិក្សាអថេរភាពនៃ f

[illegible]

$$f(x) = x-3+\frac{e}{\ln(x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{(x-1)\ln^2(x-1)-e}{(x-1)\ln^2(x-1)}$$

$\forall x\in D \to (x-1)\ln^2(x-1) > 0$

$f'(x)$ មានសញ្ញាតាម

$g(x) = (x-1)\ln^2(x-1)-e$

$g'(x) = \ln(x-1)[\ln(x-1)+2]$

បើ $\ln(x-1)>0 \Leftrightarrow x-1>1 \Leftrightarrow x>2$

បើ $\ln(x-1)+2>0 \Leftrightarrow x-1>e^{-2}$
$\Leftrightarrow x>1+e^{-2}$

x	1		$1+e^{-2}$		2		$1+e$		$+\infty$
$\ln(x-1)$		−		−	0	+		+	
$\ln(x-1)+2$		−	0	+		+		+	
$g'(x)$		+	0	−	0	+		+	
$g(x)$		↗	−2,2	↘	$-e$	↗	0	↗	

$g(1+e^{-2}) = 4e^{-2}-e \simeq -2,2$

$g(2) = -e$

$g(1+e) = e\ln e - e = 0$

តាមតារាងអថេរភាពនៃ g យើងបាន

$g(x)<0 \Leftrightarrow x\in\,]1;1+e[$

$g(x)>0 \Leftrightarrow x\in\,]1+e,+\infty[$

តារាងអថេរភាពនៃ f

x	1		2		$1+e$		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	−	0	+	
$f(x)$	−2	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$2e-2$	↗	$+\infty$

$\lim_{x\to2} f(x) = -1+\frac{e}{\ln(x-1)} = \infty$

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

លេខបន្ទប់ :..............................

លេខតុ :..............................

ឈ្មោះ :..............................

VN 09

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា
នៅសិក្សានៅសាធារណរដ្ឋសង្គមនិយមវៀតណាម
ក្នុងឆ្នាំសិក្សា២០០៩-២០១០

<u>សម័យប្រឡង</u> : ថ្ងៃទី ១៧ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០០៩

<u>វិញ្ញាសា</u> : គណិតវិទ្យា រយៈពេល ១ម៉ោង ៣០ នាទី

(២៥ពិន្ទុ) I- គេអោយអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{1-x-\sqrt{(x-3)^2}}{3-x-\sqrt{(x-1)^2}}$

១) កំនត់តំលៃ x ដែលធ្វើអោយអនុគមន៍ f កំនត់ និងជាប់

២) សង់ក្រាបតាងអនុគមន៍ f

(២៥ពិន្ទុ) II- ឧបមាថា យើងចង់បង្កើតចំនួនដែលមានលេខបីខ្ទង់ផ្សេងគ្នាពីក្នុងចំណោមលេខ $0,1,2,3,4,5$

១) តើមានពហុគុណនៃ៥ចំនួនប៉ុន្មានករណីដែលយើងអាចបង្កើតបាន ?

២) តើចំនួនដែលមានលេខ៣ខ្ទង់នេះប៉ុន្មានករណីដែលចែកដាច់នឹង២

(២៥ពិន្ទុ) III- ១) រកទំរង់ស្តង់ដាសមីការអេលីប (E) ដែលមានកំពូល $(1,1)$ ផ្ចិត $(-1,1)$ កំនុំ $(-1-\sqrt{3};1)$

២) កំណត់តំលៃ m ដើម្បីអោយបន្ទាត់ (D): $y=mx$ ប៉ះនឹងអេលីប (E)

(២៥ពិន្ទុ) IV- ១) រកផ្ចិត កំនុំ កំពូល និងសមីការអាស៊ីមតូតរបស់អ៊ីពែបូលដែលមានសមីការ $3x^2-2y^2-6x-12y-27=0$

២) P ជាចំនុចមួយនៅលើអ៊ីពែបូលកែងមួយ ផ្ចិត O ដែលមានសមីការ $x^2-y^2=a^2\ (a>0)$ ហើយ F និង F' ជាកំនុំនៃអ៊ីពែបូលនេះ ។ បង្ហាញថា $PF\times PF'=PO^2$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

[illegible]
គណនាប្រាកដកម្មវិញ្ញាសាត្រៀមប្រឡងបាក់ឌុប

I (25) 1. គណនាតម្លៃ x ដែលធ្វើឲ្យ f កំណត់និងគូស

$$f(x) = \frac{1-x-\sqrt{(x-3)^2}}{3-x-\sqrt{(x-1)^2}}$$

$$f(x) = \frac{1-x-|x-3|}{3-x-|x-1|}$$

x	$-\infty$ 1	3	$+\infty$
$\lvert x-3\rvert$	$3-x$	$3-x$ 0	$x-3$
$\lvert x-1\rvert$	$1-x$ 0	$x-1$	$x-1$

- បើ $x \in]-\infty, 1]$ យើងបាន

$$f(x) = \frac{1-x-3+x}{3-x-1+x} = \frac{-2}{2} = -1$$

- បើ $x \in [1, 3]$ យើងបាន

$$f(x) = \frac{1-x-3+x}{3-x-x+1} = \frac{-2}{4-2x} = \frac{1}{x-2}$$

- បើ $x \in [3, +\infty[$ យើងបាន

$$f(x) = \frac{1-x-x+3}{3-x-x+1} = \frac{-2x+4}{-2x+4}$$

$$f(x) = 1 \quad (x \neq 2)$$

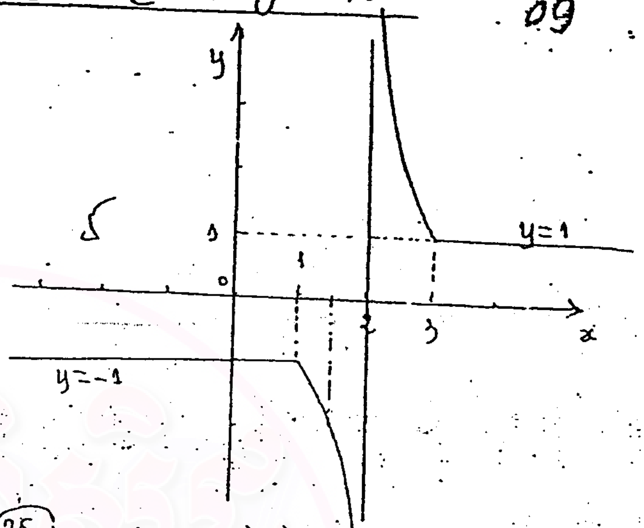
យើងបាន

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{បើ } x \in]-\infty, 1] \\ \frac{1}{x-2} & \text{បើ } x \in [1, 3] \\ 1 & \text{បើ } x \in [3, +\infty[\end{cases}$$

ដូចនេះ f កំណត់និងជាប់ចំពោះ $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$

2. សង់ក្រាប

x	... 1	$\frac{3}{2}$	2	3
$\frac{1}{x-2}$	-1	-2	‖	1



II (25) 1) គណនាចំនួនគត់ដែលមានបួនខ្ទង់ ដែលតួចុងក្រោយជាលេខ 5

ចំនួនដែលជាពហុគុណនៃ 5 គឺជាចំនួនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 0 និងលេខ 5

ចំពោះ ចំនួនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 0

- លេខខ្ទង់រាយមាន 5 ជម្រើស
- លេខខ្ទង់ដប់មាន 4 ជម្រើស
- លេខខ្ទង់រយមាន 4 ជម្រើស

ដូច្នេះ ចំនួនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 0 គឺ $5 \times 4 \times 1 = 20$ ករណី

ចំពោះ ចំនួនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 5

- លេខខ្ទង់រាយមាន 4 ជម្រើស (ព្រោះគ្មានលេខ 0 និងលេខ 5)
- លេខខ្ទង់ដប់មាន 4 ជម្រើស
- លេខខ្ទង់រយមាន 1 ជម្រើស

ចំនួនដែលបញ្ចប់ដោយលេខ 5 គឺ $4 \times 4 \times 1 = 16$

ដូច្នេះ ចំនួនដែលជាពហុគុណនៃ 5 មាន $20 + 16 = 36$ ករណី

2 - គណនាចំនួនករណីដែលចំនួននោះតួចុងក្រោយ និង 2

ចំនួនវិធីលាបពណ៌ទាហានលេខ 0 ខាង

$5\times4\times1 = 20$ ករណី

ចំនួនវិធីលាបពណ៌ទាហានលេខ 2 ខាង

$4\times4\times1 = 16$ ករណី

ចំនួនវិធីលាបពណ៌ទាហានលេខ 4 ខាង

$4\times4\times1 = 16$ ករណី

សរុប: ចំនួនវិធីលាបពណ៌ទាំង 2 ខាង

$20+16+16 = 52$ ករណី

III (2pt) កំណត់សមីការស្តង់ដានៃអេលីប (E)

ដោយផ្ចិត កំពូល កំណុំ ... ស្ថិតនៅលើអ័ក្សផ្តេក ដូចនេះសមីការស្តង់ដារមានរាង

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

ផ្ចិត $I(h,k)\equiv I(-1,1)\to h=-1,\ k=1$

កំពូល $A_2(h+a,k)\equiv A_2(1,1)\to h+a=1\to a=2$

កំណុំ $F_1(h-c,k)\equiv F_1(-1-\sqrt3,1)\to h-c=-1-\sqrt3$, $c=\sqrt3$

ទាំងនេះ $b^2=a^2-c^2=4-3=1$

ដូចនេះសមីការស្តង់ដាគឺ

$$\frac{(x+1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$$

2. កំណត់ m ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ (D) ប៉ះនឹង (E)

(E): $\frac{(x+1)^2}{4}+\frac{(y-1)^2}{1}=1$ (1)

(D): $y=mx$ (2)

យក (2) ជំនួសក្នុង (1) យើងបាន

$$\frac{(x+1)^2}{4}+(mx-1)^2=1$$

$\Leftrightarrow x^2+2x+1+4(m^2x^2-2mx+1)=4$

$4m^2x^2+x^2+2x-8mx+1=0$

$(4m^2+1)x^2+2(1-4m)x+1=0$ (*)

(D) ប៉ះនឹង (E) កាលណាសមីការ (*) មានឫសឌុប $\Delta'=0$

$\Leftrightarrow (1-4m)^2-(4m^2+1)=0$

$\Leftrightarrow 1-8m+16m^2-4m^2-1=0$

$\Leftrightarrow 12m^2-8m=0$

$\Leftrightarrow 4m(3m-2)=0 \Leftrightarrow m=0$ ឬ $m=\frac{2}{3}$

IV (2.5) កំណត់ផ្ចិត កំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូត

$3x^2-2y^2-6x-12y-27=0$

$\Leftrightarrow (3x^2-6x)-(2y^2+12y)-27=0$

$\Leftrightarrow 3(x^2-2x+1)-3-2(y^2+6y+9)+18-27=0$

$\Leftrightarrow 3(x-1)^2-2(y+3)^2=12$

$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y+3)^2}{6}=1$

រាង $\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$

$h=1,\ k=-3,\ a^2=4\Rightarrow a=2$

$b^2=6\Rightarrow b=\sqrt6$ ហើយ $c^2=a^2+b^2$

$c^2=4+6=10\to c=\sqrt{10}$

ផ្ចិត $I(1,-3)$

កំពូល $S_1(h-a,k)\equiv S_1(-1,-3)$

$S_2(h+a,k)\equiv S_2(3,-3)$

កំណុំ $F_1(h-c,k)\equiv F_1(1-\sqrt{10},-3)$

$F_2(h+c,k)\equiv F_2(1+\sqrt{10},-3)$

សមីការអាស៊ីមតូត

$$y=k\pm\frac{b}{a}(x-h)$$

$$y=-3\pm\frac{\sqrt6}{2}(x-1)$$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

2. បង្ហាញថា $PF \times PF' = PO^2$

$x^2 - y^2 = a^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2} = 1$

ដោយយើងបាន $OF^2 = a^2 + a^2$

$\Rightarrow OF = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

ដូចនេះកំនុំ $F(\sqrt{2}a, 0)$

និង $F'(-\sqrt{2}a, 0)$

តាង $P(x, y)$ នៅលើអ៊ីពែបូល យើងបាន $|PF - PF'| = 2a$

$\Rightarrow (PF - PF')^2 = 4a^2$

$\Leftrightarrow PF^2 + PF'^2 - 2PF.PF' = 4a^2$

$\Leftrightarrow 2PF.PF' = PF^2 + PF'^2 - 4a^2$

តែ $PF = \sqrt{(x - a\sqrt{2})^2 + y^2}$

និង $PF' = \sqrt{(x + a\sqrt{2})^2 + y^2}$

យើងបាន $2PF.PF' = (x - a\sqrt{2})^2 + y^2 + (x + a\sqrt{2})^2 + y^2 - 4a^2$

$2PF.PF' = x^2 - 2ax\sqrt{2} + 2a^2 + y^2 + x^2 + 2ax\sqrt{2} + y^2 - 4a^2 + 2a^2$

$= 2x^2 + 2y^2$

$PF.PF' = x^2 + y^2$

តែ $x^2 + y^2 = OP^2$ ដូចនេះ $PF.PF' = PO^2$

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី .7.2009

អ្នកធ្វើសង្ខេប [illegible]

[illegible]

បានឃើញ

[illegible]

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

លេខបន្ទប់ :......................................

លេខតុ :..

ឈ្មោះ :...

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍

ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រនៅសិក្សានៅ

សហព័ន្ធរុស្ស៊ីឆ្នាំ២០១១

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ១០ ខែ ឧសភា ឆ្នាំ ២០១១

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (រយៈពេល : ៩០នាទី)

(២៥ពិន្ទុ) I.1- គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់លើ $R-\{-3\}$ ដោយ $f(x)=\frac{5x-4}{x+3}$

ក. គណនា $f'(x)$

ខ. ទាញរកដេរីវេនៃ $g(x)=\frac{5\sin^2 2x-4}{\sin^2 2x+3}$

2- f ជាអនុគមន៍កំណត់លើ $[-2,+\infty[$ ដោយ $f(x)=\sqrt{x+2}$ ។

ចំពោះគ្រប់ $x\in[-1,2]$ បង្ហាញថា $\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}\leq\sqrt{x+2}\leq\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

(២៥ពិន្ទុ) II. ក. គណនា $I=\int_2^6\frac{3x}{x^2-3}dx$

ខ. $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\cos 2x\,dx$

គ. គណនាមាឌនៃសូលីតបរិវត្តកំណត់បានពីការវិលនៃផ្ទៃខណ្ឌដោយបន្ទាត់ $y=x-1$ និងអ័ក្ស $\overline{x'x}$ ត្រូវនឹង $1\leq x\leq 4$ ជុំវិញអ័ក្ស $\overline{x'x}$ ។

(២៥ពិន្ទុ) III. តាមចំណុច $M(-3,12)$ គេគូសបន្ទាត់ប៉ះទៅនឹងប៉ារ៉ាបូល $(P): y^2=10x$ ។

គណនាចម្ងាយ d ពីចំណុច M ទៅអង្កត់ធ្នូដែលភ្ជាប់ចំណុចប៉ះទាំងពីរ ។

(២៥ពិន្ទុ) IV. ក្រុមហ៊ុនមួយត្រូវការជ្រើសរើសបុគ្គលិក១០៥រូបសម្រាប់បម្រើការនៅការិយាល័យ៤ ខុសៗគ្នា ។ មានបេក្ខជន ០៦នាក់ មកបង្ហាញខ្លួនដោយមានប្រុស៣ ស្រី៣ ។ តើគណកម្មការជ្រើសរើសអាចរៀបចំបញ្ជីបេក្ខជនដែលត្រូវទទួលយកបានប៉ុន្មានរបៀប :

ក. បើបេក្ខជនទាំង ០៦នាក់នេះអះអាងថា គេអាចបម្រើការនៅការិយាល័យណាក៏បាន ។

ខ. បើមានបេក្ខជនតែម្នាក់គត់ដែលអាចបម្រើការនៅគ្រប់ការិយាល័យ ហើយបេក្ខជន៥នាក់ទៀត អាចបម្រើការនៅការិយាល័យ ៣ ដែលនៅសល់

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

សម្រាយកំណែគណិតវិទ្យា

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់បរិញ្ញាបត្រ

ចូលសិក្សានៅសាកលវិទ្យាល័យ . 2011- 2012

I 1. ក. គណនា $f'(x)$

5 $f(x)=\frac{5x-4}{x+3} \Rightarrow f'(x)=\frac{5(x+3)-(5x-4)}{(x+3)^2}$

$$f'(x)=\frac{19}{(x+3)^2}$$

ខ. គណនាដេរីវេនៃ $g(x)=\frac{5\sin^2 2x-4}{\sin^2 2x+3}$

5 $f(x)=\frac{5x-4}{x+3} \Rightarrow f(\sin^2 2x)=\frac{5\sin^2 2x-4}{\sin^2 2x+3}$

$\Leftrightarrow f(\sin^2 2x)=g(x)$

g ជាបណ្តាក់នៃអនុគមន៍ $u=\sin^2 2x$ និងអនុគមន៍ f ។ តាមរូបមន្ត

ដេរីវេនៃអនុគមន៍បណ្តាក់ យើងបាន

5 $y'_{(x)}=y'_{(u)}\cdot u'(x)$

$u(x)=\sin^2 2x \rightarrow u'_{(x)}=2\sin 2x\,(\sin 2x)'$

$u'(x)=4\sin 2x\cos 2x=2\sin 4x$

$\Rightarrow y'(x)=\frac{19}{(\sin^2 2x+3)^2}\times 2\sin 4x$

$$g'(x)=\frac{38\sin 4x}{(\sin^2 2x+3)^2}$$

2- បង្ហាញថា

$\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}\le\sqrt{x+2}\le\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ ចំពោះ $\forall x\in[-1,2]$

$f(x)=\sqrt{x+2} \rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$

5 ដោយ $-1\le x\le 2 \Rightarrow 1\le x+2\le 4$

$\Rightarrow 1\le\sqrt{x+2}\le 2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}\le f'(x)\le\frac{1}{2}$

10

តាមវិសមភាពកំណើនមានកំណត់

$m(b-a)\le f(b)-f(a)\le M(b-a)$

យើងបាន

5 $\frac{1}{4}(x+1)\le f(x)-f(-1)\le\frac{1}{2}(x+1)$

$\Rightarrow \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}\le\sqrt{x+2}-\sqrt{-1+2}\le\frac{x+1}{2}$

$$\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}\le\sqrt{x+2}\le\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

II 1) ក. គណនា $I=\int_2^6\frac{3x}{x^2-3}dx$

5 $I=\frac{3}{2}\int_2^6\frac{2x}{x^2-3}dx=\frac{3}{2}\int_2^6\frac{d(x^2-3)}{x^2-3}$

$=\frac{3}{2}\left[\ln|x^2-3|\right]_2^6=\frac{3}{2}(\ln 33-\ln 1)$

$$I=\frac{3}{2}\ln 33$$

ខ. គណនា $J=\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\cos 2x\,dx$

10 តាង $u=x \rightarrow du=dx$

$dv=\cos 2x\,dx \rightarrow v=\frac{1}{2}\sin 2x$

$\int u\,dv=uv-\int v\,du$

$\int_0^{\frac{\pi}{4}}x\cos 2x\,dx=\left[\frac{1}{2}x\sin 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}-\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{2}\sin 2x\,d$

$=\frac{\pi}{8}+\frac{1}{4}\left[\cos 2x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=\boxed{\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}}$

2- គណនាមាឌនៃសូលីត

10 $V=\pi\int_1^4 f^2(x)\,dx$

$V=\pi\int_1^4(x-1)^2dx=\pi\int_1^4(x-1)^2d(x$

$=\pi\times\frac{1}{3}\left[(x-1)^3\right]_1^4=9\pi$ ឯកតាមាឌ

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

III គណនាចម្ងាយពី M ទៅបន្ទាត់

តាង $T_1(x_1,y_1)$ និង $T_2(x_2,y_2)$ ជាចំណុចប៉ះពីរនៃប៉ារ៉ាបូល យើងបាន បន្ទាត់ប៉ះពីរគឺ (MT_1) និង (MT_2)

សមីការបន្ទាត់ប៉ះ (MT_1):

$y-y_1=y'_1(x-x_1)$

ដោយ $(-3,12)\in(MT_1)$ យើងបាន

$12-y_1=y'_1(-3-x_1)$

តែ $y^2=10x \Rightarrow 2y'y=10 \Leftrightarrow yy'=5$

ត្រង់ $T_1(x_1,y_1)$ យើងបាន $y'_1=\frac{5}{y_1}$

$12-y_1=\frac{5}{y_1}(-3-x_1)$

$\Leftrightarrow 12y_1-y_1^2=-15-5x_1$ តែ $y_1^2=10x_1$

$\Leftrightarrow 12y_1-10x_1=-15-5x_1$

$\Leftrightarrow 5x_1-12y_1-15=0$

ដូចគ្នាត្រង់ T_2 យើងបាន

$5x_2-12y_2-15=0$ ដោយឡែក

ដូចនេះ សមីការ $5x_2-12y_2-15=0$

ផ្ទៀងផ្ទាត់ សមីការ (T_1T_2) សរសេរ

$5x-12y-12=0$

ដូចនេះចម្ងាយពី M ទៅ បន្ទាត់នោះគឺ

$$d=\frac{|5(-3)-12\cdot12-15|}{\sqrt{5^2+12^2}}$$

$$\boxed{d=\frac{174}{13}}$$

IV ក. ចំនួនរបៀបបោះឆ្នោតជ្រើសសិស្ស យកសិស្ស 4 នាក់ពីសិស្សទាំងអស់ 6

15 $C(6,4)=\frac{6!}{4!2!}=\frac{6\cdot5}{2}=15$ របៀប

ខ. ចំនួនគណៈកម្មការ ៣ នាក់ ពីសាស្ត្រាចារ្យ

10 $C(5,3)=\frac{5!}{3!2!}=\frac{5\cdot4}{2}=10$ របៀប

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី 11-5-2011

ហត្ថលេខា

11/5/2011

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា

មណ្ឌលប្រឡង : វិទ្យាល័យព្រះស៊ីសុវត្ថិ

លេខបន្ទប់ :.........................

លេខតុ :.........................

ឈ្មោះ :.........................

ប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍

ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សាទៅសិក្សានៅសាធារណរដ្ឋ

សង្គមនិយមវៀតណាមក្នុងឆ្នាំ២០១១

សម័យប្រឡង : ថ្ងៃទី ០៩ ខែ កក្កដា ឆ្នាំ ២០១១

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (រយៈពេល : ៩០នាទី)

សំណួរ

(២៥ពិន្ទុ) I. គណនាលីមីតខាងក្រោម

1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xe^{2011x}+\ln\left[(1+x^2)e^{-x}\right]}{x^2}$

2. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2^3-1}{2^3+1}\times\dfrac{3^3-1}{3^3+1}\times\cdots\times\dfrac{n^3-1}{n^3+1}\right)$

(២៥ពិន្ទុ) II. គេឱ្យ g_m ជាអនុគមន៍កំណត់និងជាប់លើ R ដោយ $g_m(x)=(x^2+2)e^x-3e^{-x+2}+me^{mx}$, ដែល $m\in R$ ជាប៉ារ៉ាម៉ែត្រ ។

1. គណនា $g'_m(x)$ រួចសិក្សាអថេរភាពនៃ g_m លើ R ។

2. តាមតម្លៃ m , ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} g_m(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} g_m(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ g_m ។

3. បង្ហាញថាចំពោះគ្រប់តម្លៃ m , សមីការ $g_m(x)=0$ មានឫសតែមួយគត់ជានិច្ចក្នុង R ។

4. ក្នុងសំណុំចំនួនពិត R ចូររកឫសទាំងអស់នៃសមីការ : $(x^2+2)\,e^{2x-2}=3$ ។

(២៥ពិន្ទុ) III. ដោយប្រើចំលាស់ និងបន្សំ ចូរកំណត់ចំនួនពិត x ដើម្បីឱ្យ :

1. $P(x-2,\ 2)+C(x\ ,\ x-2)=101$

2. $P(x,\ 10)+P(x,\ 9)=9P(x,\ 8)$

(២៥ពិន្ទុ) IV. ចូរសរសេរសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូល (H) ដែលកាត់តាមចំណុច $M(4\sqrt{2}\ ,\ 3)$ ហើយមានកំណុំរួមជាមួយ អេលីប $(E):\dfrac{x^2}{35}+\dfrac{y^2}{10}=1$ ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្រាកំណែវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យា

សម្រាប់

ការប្រឡងជ្រើសរើសនិស្សិតអាហារូបករណ៍ថ្នាក់ឧត្តមសិក្សា

ទៅសិក្សានៅសាធារណរដ្ឋសង្គមនិយមវៀតណាម 2010-2011

I. គណនាលីមីតខាងក្រោម:

(10pts) ១. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{xe^{2011x}+\ln\left[\left(1+x^2\right)e^{-x}\right]}{x^2}$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\left(e^{2011x}-1\right)+\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}=\lim_{x\to 0}\left[\frac{e^{2011x}-1}{x}+\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}\right]$$

$$=\lim_{x\to 0}\left[2011\left(\frac{e^{2011x}-1}{2011x}\right)+\frac{\ln\left(1+x^2\right)}{x^2}\right]=2011\times 1+1=2012$$ ។

(15pts) ២. $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2^3-1}{2^3+1}\times\dfrac{3^3-1}{3^3+1}\times\cdots\times\dfrac{n^3-1}{n^3+1}\right)$

យើងមាន: $\dfrac{k^3-1}{k^3+1}=\dfrac{(k-1)\left(k^2+k+1\right)}{(k+1)\left(k^2-k+1\right)}=\dfrac{(k-1)k}{k(k+1)}\times\dfrac{k^2+k+1}{(k-1)^2+(k-1)+1}$

ដូចនេះ ចំពោះ $k=2,3,\ldots,n$ គេបាន:

$$\prod_{k=2}^{k=n}\frac{k(k-1)}{k(k+1)}\times\frac{k^2+k+1}{(k-1)^2+(k-1)+1}=\frac{2}{n(n+1)}\times\frac{n^2+n+1}{3}=\frac{2}{3}\left(\frac{n^2+n+1}{n^2+n}\right)$$

ដូចនេះ: $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\dfrac{2^3-1}{2^3+1}\times\dfrac{3^3-1}{3^3+1}\times\cdots\times\dfrac{n^3-1}{n^3+1}\right)=\dfrac{2}{3}$ ។

II.

(5pts) ១. គណនា $g'_m(x)$:

យើងបាន $g_m(x)=\left(x^2+2\right)e^x-3e^{-x+2}+me^{mx}$ ។ គេបាន:

$g'_m(x)=\left(x^2+2x+2\right)e^x+3e^{-x+2}+m^2e^{mx}$ ។

ដោយ $\left(x^2+2x+2\right)>0,\ e^x>0,\ 3e^{-x+2}>0,\ m^2e^{mx}\geq 0$ ចំពោះ $\forall x\in\mathbb{R}$ នោះ

គេបាន $g'_m(x)=\left(x^2+2x+2\right)e^x+3e^{-x+2}+m^2e^{mx}>0$ ចំពោះ $\forall x\in\mathbb{R}$ ។ ដូចនេះ:

$g_m(x)$ ជាអនុគមន៍កើន (ដាច់ខាត) លើ $\mathbb{R}$ ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

(9pts) ខ. តាមតម្លៃ m ចូរគណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} g_m(x)$ និង $\lim\limits_{x\to+\infty} g_m(x)$ រួចគណនាតារាងអថេរភាពនៃ $g_m(x)$.

យើងមាន៖ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^2+2)e^{x}=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(-3e^{x})=-\infty$ ហើយ

- ករណី $m\geq 0$, គេបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} me^{mx}=0$
- ករណី $m<0$, គេបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} me^{mx}=-\infty$

ដូចនេះ៖ $\lim\limits_{x\to-\infty} g_m(x)=-\infty$ ចំពោះគ្រប់ $m\in R$ ។ (3pts)

យើងមាន៖ $\lim\limits_{x\to+\infty}(x^2+2)e^{x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(-3e^{x})=0$ ហើយ

- ករណី $m>0$, គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} me^{mx}=+\infty$
- ករណី $m\leq 0$, គេបាន $\lim\limits_{x\to+\infty} me^{mx}=0$

ដូចនេះ៖ $\lim\limits_{x\to+\infty} g_m(x)=+\infty$ ចំពោះគ្រប់ $m\in R$ ។ (3pts)

តារាងអថេរភាព៖

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'_m(x)$	+	
$g_m(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

(3pts)

(6pts) គ. បង្ហាញថា គ្រប់តម្លៃ m សមីការ $g_m(x)=0$ មានឫសតែមួយគត់ជានិច្ច។

ដោយ $\forall m\in R$,

$$\left.\begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty} g_m(x)=-\infty\\ \lim\limits_{x\to+\infty} g_m(x)=+\infty\\ g_m(x) \text{ ជាអនុគមន៍ជាប់លើ } R\end{cases}\right\}\text{(តាមទ្រឹស្តីបទតម្លៃកណ្ដាល)}\Rightarrow$$

$\exists c\in R$ ដែល $g_m(c)=0$ ។ ដោយ $g_m(x)$ ម៉ូណូតូនដាច់ខាតលើ R នោះ $g_m(x)$ កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសតែម្ដងគត់។ ដូចនេះ សមីការ $g_m(x)=0$ មានឫសតែមួយគត់ក្នុង R ចំពោះគ្រប់ m ។

(5pts) ឃ. ក្នុង R ចូររកឫសទាំងអស់នៃសមីការ $(x^2+2)e^{2x-2}=3$ ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

យើងឃើញថា $x=1$ ជាឫសនៃសមីការខាងលើ។ យើងនឹងបង្ហាញថា $x=1$ នេះ ជាឫសតែមួយគត់របស់វា។

សមីការ $(x^2+2)e^{2x-2}=3$ អាចត្រូវសរសេរជា $(x^2+2)e^{x}=3e^{-x+2}$ ឬ $(x^2+2)e^{x}-3e^{-x+2}=0$ ដែលមានរាង $g_m(x)=0$ ចំពោះ $m=0$ ។ តាម (១.) គេបាន $x=1$ ជាឫសតែមួយគត់។

III. ដោយប្រើចំលាស់ និងបន្សំ ចូរកំណត់ចំនួនពិត x ដើម្បីឲ្យ:

(12pts) ១. $P(x-2,\ 2)+C(x,\ x-2)=101$

លក្ខ័ណ្ឌ: $\begin{cases} x-2\geq 2 \\ x\geq x-2 \end{cases} \Rightarrow x\geq 4$ ។

គេអាចសរសេរ: $\dfrac{(x-2)!}{(x-4)!}+\dfrac{x!}{[x-(x-2)]!(x-2)!}=101$

$$(x-2)(x-3)+\frac{1}{2}x(x-2)=101$$

$$3x^2-11x-190=0$$

$$\Delta=121+2280=2401=49^2$$

$x_1=\dfrac{11-49}{6}=\dfrac{-38}{6}$ មិនយក និង

$x_2=\dfrac{11+49}{6}=10>4$ (យក)

ដូចនេះ: $\boxed{x=10}$ ។

(13pts) ២. $P(x,\ 10)+P(x,\ 9)=9P(x,\ 8)$

លក្ខ័ណ្ឌ: $\begin{cases} x\geq 10 \\ x\geq 9 \\ x\geq 8 \end{cases} \Rightarrow x\geq 10$ ។

គេអាចសរសេរ: $\dfrac{x!}{(x-10)!}+\dfrac{x!}{(x-9)!}=9\dfrac{x!}{(x-8)!}$

ដោយសម្រួលនឹង $\dfrac{x!}{(x-10)!}$ គេបាន:

$$1+\frac{1}{x-9}=\frac{9}{(x-8)(x-9)}$$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$$(x-8)(x-9)+x-8=9 \text{ ឬ } x^2-16x+55=0$$

គេបាន $\Delta' = 9$ នោះ $x_1 = 8-3 = 5 < 10$ (មិនយក) និង

$x_2 = 8+3 = 11 > 10$ (យក)។

ដូចនេះ: $\boxed{x = 11}$ ។

(25pts) IV. សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូល (H)

5pts: អេលីប (E): $\frac{x^2}{35}+\frac{y^2}{10}=1$ មានអ័ក្សធំដេក និង មាន $a_1^2 = 35$ និង $b_1^2 = 10$

គេបាន $c_1 = \sqrt{a_1^2 - b_1^2} = \sqrt{35-10} = \sqrt{25} = 5$ ។ កំណុំនៃអេលីបនេះគឺ $F_1(-5, 0)$ និង $F_2(5, 0)$ ហើយ F_1 និង F_2 ក៏ជាកំណុំរបស់ (H): $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ ដែរ (អ៊ីពែបូល (H) មានអ័ក្សទទឹងដេក)។ 5pts

$M(4\sqrt{2}, 3) \in (H)$ គេបាន $\frac{(4\sqrt{2})^2}{a^2}-\frac{3^2}{b^2}=1$

$$\frac{32}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1$$

5pts

10pts: ដោយ $b^2 = c^2 - a^2$ គេបាន $\frac{32}{a^2}-\frac{9}{25-a^2}=1$

សមមូលនឹង $a^4 - 66a^2 + 800 = 0$ $(0 < a^2 < c^2 = 25)$

គេបាន $a^2 = 16$ (យក) និង $a^2 = 50 > 25$ (មិនយក)។

ដូចនេះ: $b^2 = c^2 - a^2 = 25 - 16 = 9$ ។ ជាចុងបញ្ចប់ សមីការស្តង់ដារនៃអ៊ីពែបូល (H) គឺ: $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ ។

ពិន្ទុសរុប 100.

04/07/11

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS